

# 可換環論と代数幾何学の入門

## レポート 2

### 提出方法：

- Webclass での提出：手書きで作成する場合, レポートの写真を撮り, 写真をご提出下さい.  
鮮明な画質かどうかご確認下さい.
- メールでの提出：レポートを以下のメールアドレスに添付ファイルでご送付下さい. ファイルのサイズが最大限を超える場合, 複数のメールに分けて, ご送付下さい.  
jeanstefan.koskivirta@gmail.com
- 紙での提出：2 号館 6 階の事務所で指定の提出箱にご提出下さい.

提出期限：2021 年 1 月 8 日（金）午後 4 時まで

教員名：コスキヴィルタ・ジャンステファン

提出可能言語：日本語・英語・フランス語

講義ノートの定理 104 より, スキームの射  $(f, f^\#) : (\text{Spec}(R), \mathcal{O}_R) \rightarrow (\text{Spec}(S), \mathcal{O}_S)$  と可換環の準同型  $\varphi : S \rightarrow R$  は一対一対応する. 以下の問題では, その結果の一般化を考える.

**問 1.**  $(X, \mathcal{O}_X)$  をスキームとし,  $S$  を可換環とする.

- (1)  $(f, f^\#) : (X, \mathcal{O}_X) \rightarrow (\text{Spec}(S), \mathcal{O}_S)$  をスキームの射とする.  $f$  と  $f^\#$  はどのような射であるか説明せよ (いずれも source, target, 性質を書け).
- (2) 大域切断を考えることにより,  $f^\#$  が可換環の準同型  $\varphi : S \rightarrow \Gamma(X, \mathcal{O}_X)$  を与えることを説明せよ.  $\alpha(f, f^\#) := \varphi$  とおくことによって, 写像

$$\alpha : \text{Hom}_{\text{Sch}}(X, \text{Spec}(S)) \rightarrow \text{Hom}_{\text{Ring}}(S, \Gamma(X, \mathcal{O}_X))$$

が定まる. ここで,  $\text{Hom}_{\text{Sch}}$  と  $\text{Hom}_{\text{Ring}}$  は, それぞれスキームの射の集合, 可換環の準同型の集合を表す.

- (3)  $\alpha$  が全単射であることを示せ.