

代数学 C・代数学特論 III

レポート 1

提出方法：レポートを Webclass で提出して下さい。
提出の際、写真やスキャンの画質が鮮明かどうかご確認下さい。

提出期限：2021 年 6 月 9 日（水）18 時まで。

教員名：コスキヴィルタ・ジャンステファン

問 1. $f : G \rightarrow G'$ を群準同型とする。

- (1) 部分集合 $S \subset G$ に対して、 $f(\langle S \rangle) = \langle f(S) \rangle$ が成り立つことを示せ（ここで、 $\langle S \rangle$ は部分集合 S で生成された部分群を表す）。
- (2) f が群同型であるとする。このとき、次が成り立つことを示せ。

$$S \text{ が } G \text{ を生成する} \iff f(S) \text{ が } G' \text{ を生成する.}$$

- (3) $(\mathbb{Z}, +)$ と $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, +)$ は同型でないことを示せ。ヒント： $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ は巡回群でないことを証明せよ。
- (4) $(\mathbb{Z}, +)$ の同型群を求めよ。

問 2. G をアーベル群とする。 $g, h \in G$ を有限位数の元とし、それぞれの位数を n, m とおく。 n と m が互いに素であるならば、 gh の位数が nm であることを示せ。