

線形代数学 A

レポート 1 (中間レポート)

提出方法：レポートを Webclass で提出して下さい。
提出の際、写真やスキャンの画質が鮮明かどうかご確認下さい。

提出期限：2022 年 6 月 15 日 (水) 18 時まで。

教員名：コスキヴィルタ・ジャンステファン

問 1.

(1) 複素数 z に対して、

$$|z - 1| = |z + 1| \iff z = ix, x \in \mathbb{R}$$

が成り立つことを示せ。

(2) n を自然数とする。 $\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^n = 1$ を満たす複素数 z をすべて求めよ。

問 2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ とおく。以下の積を計算せよ。

$${}^tAB, AC, CA, B{}^tC.$$

問 3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ とする。 $AB = BA$ を満たす 2 次正方行列 B をすべて求めよ。

問 4. n 次正方行列 A が冪零行列であるとは、 $A^p = 0$ となる自然数 $p \geq 1$ が存在することをいう.

- (1) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ とおく. $A, B, A + B, AB$ が冪零行列かどうかを判定せよ.
- (2) A, B を冪零行列とし, $AB = BA$ とする. このとき, $A + B$ と AB が冪零行列であることを示せ.

問 5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ とし, $B = A - E_3$ とする.

- (1) 自然数 $n \geq 1$ に対して, B^n を計算せよ.
- (2) A^n を計算せよ.