

線形代数学 C

レポート 1 (中間レポート)

提出方法：レポートを Webclass で提出して下さい。

提出の際、写真やスキャンの画質が鮮明かどうかご確認下さい。

提出期限：2023 年 6 月 13 日 (火) 18 時まで。

教員名：コスキヴィルタ・ジャンステファン

問 1. $V = \mathbb{R}_3[X]$ とおく (次数 3 以下の実係数多項式全体のベクトル空間). V 上の内積

$$\langle f, g \rangle := \int_0^1 f(t)g(t)dt$$

を考える.

- (1) $W = \{f(X) \in V \mid f(0) = 0\}$ とおく. (X, X^2, X^3) が W の基底であることを示せ.
- (2) W の基底 (X, X^2, X^3) にグラム・シュミットの正規直交化を適用せよ.
- (3) $d(1, W)$ を計算せよ. 但し, $d(1, W)$ とは, 1 から W までの距離のことを意味する.
- (4) $f(0) = 1$ を満たす V の元の中で, ノルムが最小のもの及びそのノルムを求めよ.

問 2. 以下の行列を考える.

$$A = \begin{pmatrix} 13 & -3 & -6 \\ -12 & 4 & 6 \\ 36 & -9 & -17 \end{pmatrix}$$

- (1) A の固有多項式を計算せよ.
- (2) A の固有値を全て求めよ.
- (3) A の固有空間を全て求めよ.
- (4) SAS^{-1} が対角行列であるような 3 次正則行列 S を一つ求めよ.
- (5) 整数 $n \in \mathbb{Z}$ に対し A^n を計算せよ.