

魔方陣について

埼玉大学理学部 櫻井 力

2014年11月13日

1 魔方陣

- 3方陣
- 4方陣
- 奇数方陣の作り方

2 完全魔方陣

- 4次の完全魔方陣
- 5次の完全魔方陣
- 6次の完全魔方陣

魔方陣とは

魔方陣

$N \times N$ のマス目に $1, \dots, N^2$ の数字を入れ、各行・各列・2つの対角線の N 個の数字の和が全て等しくなるものを **N 次の魔方陣**、あるいは **N 方陣** という。

このとき、等しい各行・各列・対角線の和を「**定和**」と呼ぶ。

魔方陣とは

魔方陣

$N \times N$ のマス目に $1, \dots, N^2$ の数字を入れ, 各行・各列・2つの対角線の N 個の数字の和が全て等しくなるものを **N 次の魔方陣**, あるいは **N 方陣** という.

このとき, 等しい各行・各列・対角線の和を「**定和**」と呼ぶ.

魔方陣とは

魔方陣

$N \times N$ のマス目に $1, \dots, N^2$ の数字を入れ, 各行・各列・2つの対角線の N 個の数字の和が全て等しくなるものを **N 次の魔方陣**, あるいは **N 方陣** という.

このとき, 等しい各行・各列・対角線の和を「**定和**」と呼ぶ.

[例]

8	1	6
3	5	7
4	9	2

3方陣

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

4方陣

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

5方陣

[例]

8	1	6
3	5	7
4	9	2

3方陣

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

4方陣

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

5方陣

[例]

8	1	6
3	5	7
4	9	2

3方陣

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

4方陣

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

5方陣

[例]

8	1	6
3	5	7
4	9	2

3方陣

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

4方陣

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

5方陣

定理

N 方陣の定和は $\frac{N(N^2 + 1)}{2}$ である.

実際、魔方陣全体の和 $1 + \dots + N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$\text{定和} = (1 + \dots + N^2) \div N = \frac{N^2(N^2 + 1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

定理

N 方陣の定和は $\frac{N(N^2 + 1)}{2}$ である.

実際、魔方陣全体の和 $1 + \dots + N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$\text{定和} = (1 + \dots + N^2) \div N = \frac{N^2(N^2 + 1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

定理

N 方陣の定和は $\frac{N(N^2 + 1)}{2}$ である.

実際、魔方陣全体の和 $1 + \dots + N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$\text{定和} = (1 + \dots + N^2) \div N = \frac{N^2(N^2 + 1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

定理

N 方陣の定和は $\frac{N(N^2 + 1)}{2}$ である.

実際、魔方陣全体の和 $1 + \dots + N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$\text{定和} = (1 + \dots + N^2) \div N = \frac{N^2(N^2 + 1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

定理

N 方陣の定和は $\frac{N(N^2 + 1)}{2}$ である.

実際、魔方陣全体の和 $1 + \dots + N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$\text{定和} = (1 + \dots + N^2) \div N = \frac{N^2(N^2 + 1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

定理

N 方陣の定和は $\frac{N(N^2 + 1)}{2}$ である.

実際、魔方陣全体の和 $1 + \dots + N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$\text{定和} = (1 + \dots + N^2) \div N = \frac{N^2(N^2 + 1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

魔方陣は何個あるか？

ただし、回転や裏返しで得られるものは同じものと考え
る。

魔方陣は何個あるか？

ただし、回転や裏返しで得られるものは同じものと考え
る.

- 3方陣： 1 個
- 4方陣： 880 個
[Frénicle de Bessy (1693)]
- 5方陣： 275,305,224 個
[F. Schroepel (1973)]
- 6方陣： 約 1.77×10^{19} 個 (統計的予想)
[Pinn and Wieczerkowski (1998)]

6次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

- 3方陣： 1 個
- 4方陣： 880 個
[Frénicle de Bessy (1693)]
- 5方陣： 275,305,224 個
[F. Schroepfel (1973)]
- 6方陣： 約 1.77×10^{19} 個 (統計的予想)
[Pinn and Wieczerkowski (1998)]

6次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

● 3方陣： 1 個

● 4方陣： 880 個

[Frénicle de Bessy (1693)]

● 5方陣： 275,305,224 個

[F. Schroepel (1973)]

● 6方陣： 約 1.77×10^{19} 個 (統計的予想)

[Pinn and Wieczerkowski (1998)]

6次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

- 3方陣： 1 個
- 4方陣： 880 個
[Frénicle de Bessy (1693)]
- 5方陣： 275,305,224 個
[F. Schroepel (1973)]
- 6方陣： 約 1.77×10^{19} 個 (統計的予想)
[Pinn and Wieczerkowski (1998)]

6次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

- 3方陣： 1 個
- 4方陣： 880 個
[Frénicle de Bessy (1693)]
- 5方陣： 275, 305, 224 個
[F. Schroepel (1973)]
- 6方陣： 約 1.77×10^{19} 個 (統計的予想)
[Pinn and Wierczkowski (1998)]

6次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

- 3方陣： 1 個
- 4方陣： 880 個
[Frénicle de Bessy (1693)]
- 5方陣： 275, 305, 224 個
[F. Schroepel (1973)]
- 6方陣： 約 1.77×10^{19} 個 (統計的予想)
[Pinn and Wieczerkowski (1998)]

6次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

3方陣

3方陣は例であげた

8	1	6
3	5	7
4	9	2

の1種類だけである.

3方陣

3方陣は例であげた

8	1	6
3	5	7
4	9	2

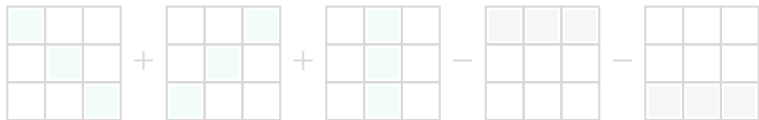
の1種類だけである.

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく。 定和は 15

1. $e = 5$ である.



$$(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i) \\ = 15 + 15 + 15 - 15 - 15$$

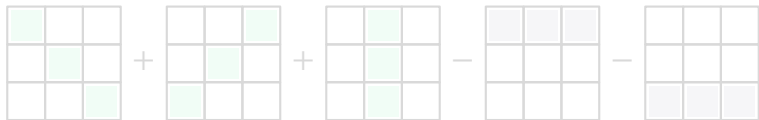
$$\therefore 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく。 定和は 15

1. $e = 5$ である.



$$\begin{aligned}(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i) \\ = 15 + 15 + 15 - 15 - 15\end{aligned}$$

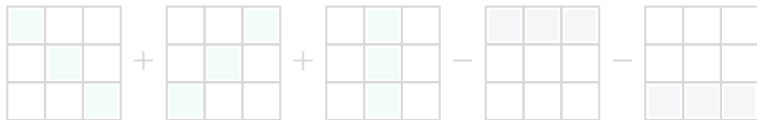
$$\therefore 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく。 定和は 15

1. $e = 5$ である.



$$\begin{aligned}(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i) \\ = 15 + 15 + 15 - 15 - 15\end{aligned}$$

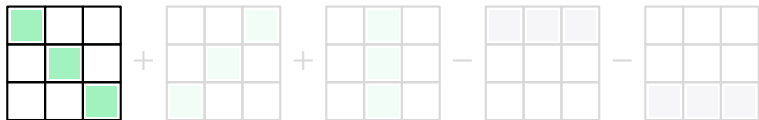
$$\therefore 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく。 定和は 15

1. $e = 5$ である.



$$\begin{aligned}(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i) \\ = 15 + 15 + 15 - 15 - 15\end{aligned}$$

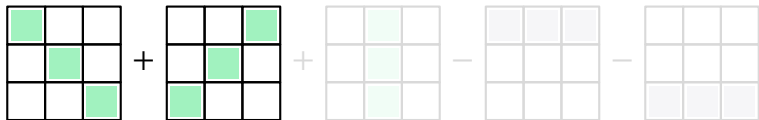
$$\therefore 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく。 定和は 15

1. $e = 5$ である.



$$\begin{aligned}(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i) \\ = 15 + 15 + 15 - 15 - 15\end{aligned}$$

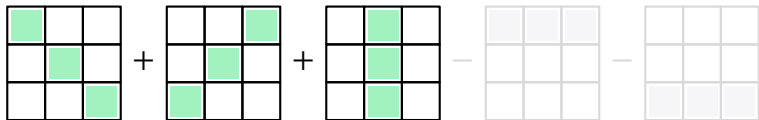
$$\therefore 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく。 定和は 15

1. $e = 5$ である.



$$\begin{aligned}(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i) \\ = 15 + 15 + 15 - 15 - 15\end{aligned}$$

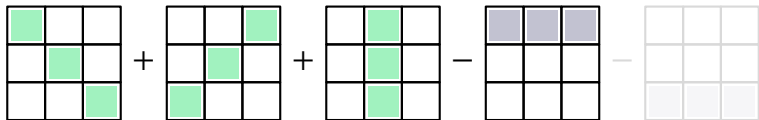
$$\therefore 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく。 定和は 15

1. $e = 5$ である.



$$\begin{aligned}(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i) \\ = 15 + 15 + 15 - 15 - 15\end{aligned}$$

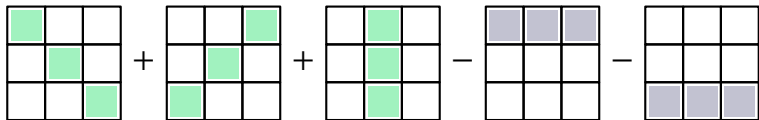
$$\therefore 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく。 定和は 15

1. $e = 5$ である.



$$\begin{aligned}(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i) \\ = 15 + 15 + 15 - 15 - 15\end{aligned}$$

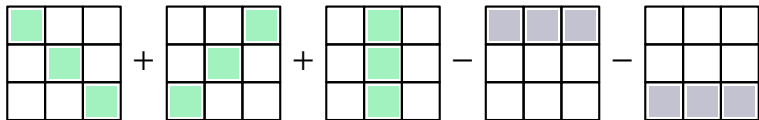
$$\therefore 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく。 定和は 15

1. $e = 5$ である.



$$\begin{aligned}(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i) \\ = 15 + 15 + 15 - 15 - 15\end{aligned}$$

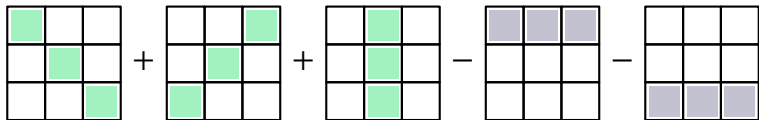
$$\therefore 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく。 定和は 15

1. $e = 5$ である.



$$\begin{aligned}(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i) \\ = 15 + 15 + 15 - 15 - 15\end{aligned}$$

$$\therefore 3e = 15$$

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

	5	

1 行目を考えると, $b \leq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leq 1 + 8 + c \quad \therefore c \geq 6$$

3 列目を考えると, $f \geq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geq c + 2 + 9 \quad \therefore c \leq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leq 1 + 8 + c \quad \therefore c \geq 6$$

3 列目を考えると, $f \geq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geq c + 2 + 9 \quad \therefore c \leq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leq 1 + 8 + c \quad \therefore c \geq 6$$

3 列目を考えると, $f \geq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geq c + 2 + 9 \quad \therefore c \leq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leq 1 + 8 + c \quad \therefore c \geq 6$$

3 列目を考えると, $f \geq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geq c + 2 + 9 \quad \therefore c \leq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leq 1 + 8 + c \quad \therefore c \geq 6$$

3 列目を考えると, $f \geq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geq c + 2 + 9 \quad \therefore c \leq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leq 1 + 8 + c \quad \therefore c \geq 6$$

3 列目を考えると, $f \geq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geq c + 2 + 9 \quad \therefore c \leq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leq 1 + 8 + c \quad \therefore c \geq 6$$

3 列目を考えると, $f \geq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geq c + 2 + 9 \quad \therefore c \leq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leq 1 + 8 + c \quad \therefore c \geq 6$$

3 列目を考えると, $f \geq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geq c + 2 + 9 \quad \therefore c \leq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leq 1 + 8 + c \quad \therefore c \geq 6$$

3 列目を考えると, $f \geq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geq c + 2 + 9 \quad \therefore c \leq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leq 1 + 8 + c \quad \therefore c \geq 6$$

3 列目を考えると, $f \geq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geq c + 2 + 9 \quad \therefore c \leq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

3. 1行目が決まる.

1を含む辺を回転により1行目に持ってきて、 $b=1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき、 $a+c=14$ であるが、 $2, \dots, 8$ から2数を選んで和が14となるのは、6と8の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3. 1行目が決まる.

1 を含む辺を回転により 1 行目に持ってきて、 $b=1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき、 $a+c=14$ であるが、 $2, \dots, 8$ から2数を選んで和が14となるのは、6と8の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3. 1行目が決まる.

1を含む辺を回転により1行目に持ってきて、 $b=1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき、 $a+c=14$ であるが、 $2, \dots, 8$ から2数を選んで和が14となるのは、6と8の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3. 1行目が決まる.

1を含む辺を回転により1行目に持ってきて、 $b=1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき、 $a+c=14$ であるが、2, ..., 8 から2数を選んで和が14となるのは、6と8の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3. 1行目が決まる.

1を含む辺を回転により1行目に持ってきて、 $b=1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき、 $a+c=14$ であるが、 $2, \dots, 8$ から2数を選んで和が14となるのは、6と8の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3. 1行目が決まる.

1を含む辺を回転により1行目に持ってきて、 $b=1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき、 $a+c=14$ であるが、 $2, \dots, 8$ から2数を選んで和が14となるのは、6と8の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3. 1行目が決まる.

1を含む辺を回転により1行目に持ってきて、 $b=1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき、 $a+c=14$ であるが、 $2, \dots, 8$ から2数を選んで和が14となるのは、6と8の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

4. 残りの数字は自動的に決まる.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

一方は他方の裏返しであり、同じものとみなされる. ■

4. 残りの数字は自動的に決まる.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

一方は他方の裏返しであり、同じものとみなされる。 ■

4. 残りの数字は自動的に決まる.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

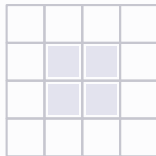
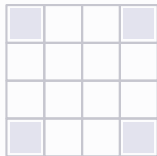
一方は他方の裏返しであり、同じものとみなされる. ■

4方陣

定和は $(1 + \dots + 16) \div 4 = 34$ である.

4方陣の性質

4方陣では「4隅の和」および「中心の4数の和」はどちらも定和 34 に等しい.

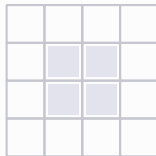
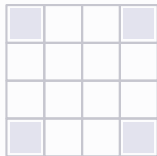


4方陣

定和は $(1 + \dots + 16) \div 4 = 34$ である.

4方陣の性質

4方陣では「4隅の和」および「中心の4数の和」はどちらも定和 34 に等しい.

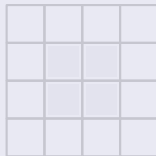
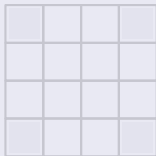


4方陣

定和は $(1 + \dots + 16) \div 4 = 34$ である.

4方陣の性質

4方陣では「4隅の和」および「中心の4数の和」はどちらも定和 34 に等しい.

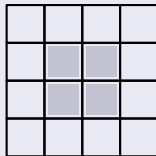
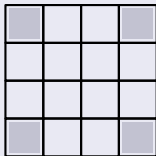


4方陣




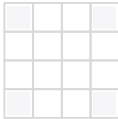
定和は $(1 + \dots + 16) \div 4 = 34$ である.




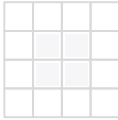
4方陣の性質

4方陣では「4隅の和」および「中心の4数の和」はどちらも定和 34 に等しい.



証明：

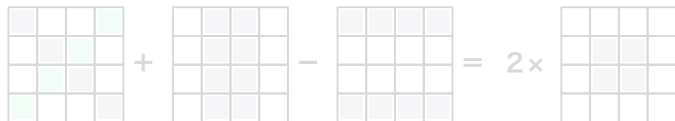
 $+$  $-$  $= 2 \times$ 
 $34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

 $+$  $-$  $= 2 \times$ 
 $34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

証明：

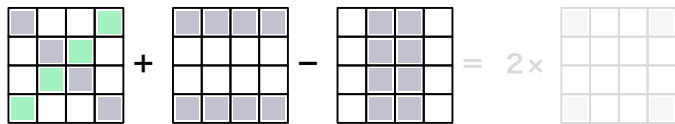


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

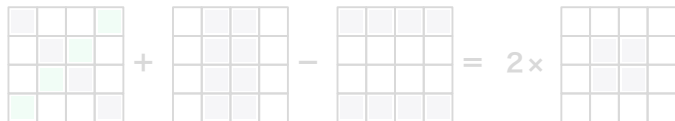


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

証明：

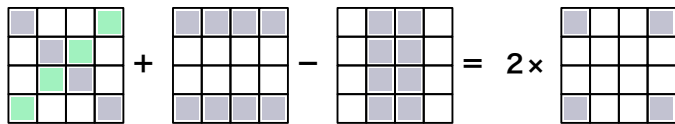


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

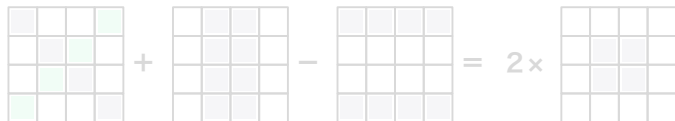


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

證明：

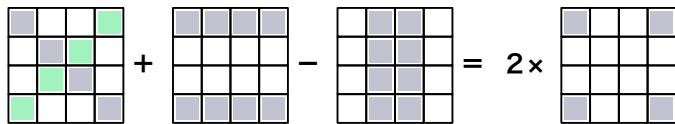


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

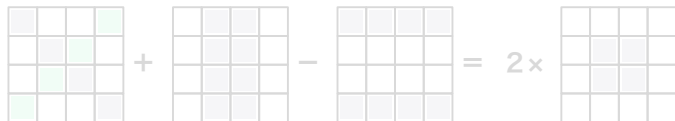


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

證明：

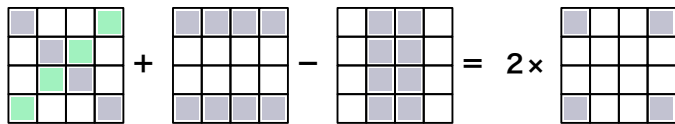


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

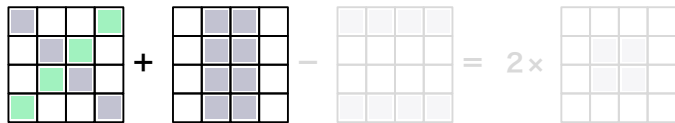


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

証明：

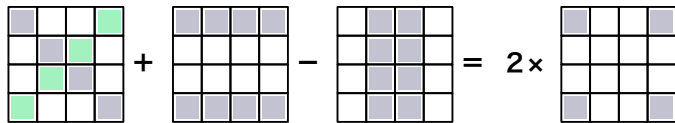


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

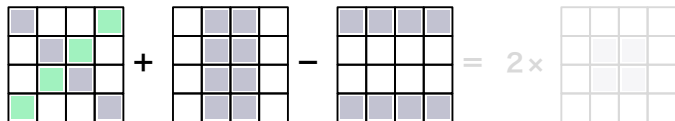


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

証明：

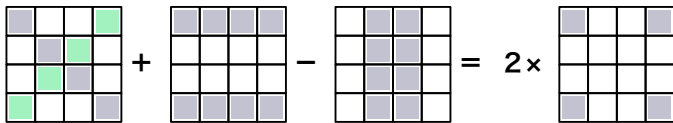


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

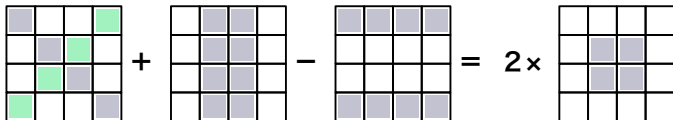


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

證明：

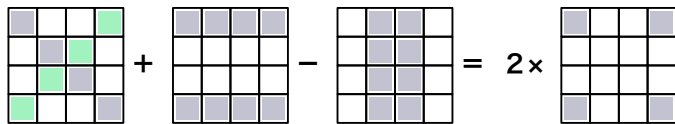


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

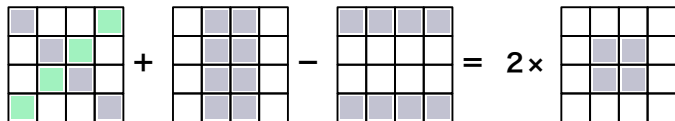


$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

證明：



$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$



$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

問題

4隅が下図のようになる4方陣を見つけよ.

(1)

1			13
16			4

(2)

1			14
15			4

(答) (1) 以下の8個

1	8	12	13
7	14	2	11
10	3	15	6
16	9	5	4

1	8	12	13
11	14	2	7
6	3	15	10
16	9	5	4

1	12	8	13
7	14	2	11
10	3	15	6
16	5	9	4

1	12	8	13
11	14	2	7
6	3	15	10
16	5	9	4

1	12	8	13
6	15	3	10
11	2	14	7
16	5	9	4

1	12	8	13
10	15	3	6
7	2	14	11
16	5	9	4

1	8	12	13
6	15	3	10
11	2	14	7
16	9	5	4

1	8	12	13
10	15	3	6
7	2	14	11
16	9	5	4

(2) は自分で探してみてください。(4個あります)

簡単な4方陣の作り方

パソコンがあれば、880個の全ての4方陣をリストするのに1秒もかからないが、特別な4方陣については規則的な作り方が知られている。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

簡単な4方陣の作り方

パソコンがあれば、880個の全ての4方陣をリストするのに1秒もかからないが、特別な4方陣については規則的な作り方が知られている。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

簡単な4方陣の作り方

パソコンがあれば、880個の全ての4方陣をリストするのに1秒もかからないが、特別な4方陣については規則的な作り方が知られている。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

簡単な4方陣の作り方

パソコンがあれば、880個の全ての4方陣をリストするのに1秒もかからないが、特別な4方陣については規則的な作り方が知られている。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

簡単な4方陣の作り方

パソコンがあれば、880個の全ての4方陣をリストするのに1秒もかからないが、特別な4方陣については規則的な作り方が知られている。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

簡単な4方陣の作り方

パソコンがあれば、880個の全ての4方陣をリストするのに1秒もかからないが、特別な4方陣については規則的な作り方が知られている。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

同じ方法で 4 の倍数次の魔方陣（8 方陣, 12 方陣, …）を作ることができる.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64



64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

同じ方法で 4 の倍数次の魔方陣（8 方陣, 12 方陣, …）を作ることができる.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64



64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

同じ方法で 4 の倍数次の魔方陣（8 方陣, 12 方陣, …）を作ることができる.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64



64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

同じ方法で 4 の倍数次の魔方陣（8 方陣, 12 方陣, …）を作ることができる.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64



64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

奇数方阵の作り方

奇数方阵には良く知られた複数の規則的な作り方がある。

斜行法

- (1) 1行目中央に 1 を入れる。
- (2) 順次斜め右上に進みながら、2, 3, ... を入れてゆく。
- (3) 枠をはみ出したら、反対側へ入れる。
- (4) すでに数字が入っていて進めないときは、**すぐ下**に入れる。

ただし、(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものとする。

奇数方阵の作り方

奇数方阵には良く知られた複数の規則的な作り方がある。

斜行法

- (1) 1行目中央に 1 を入れる。
- (2) 順次斜め右上に進みながら、2, 3, ... を入れてゆく。
- (3) 枠をはみ出したら、反対側へ入れる。
- (4) すでに数字が入っていて進めないときは、**すぐ下**に入れる。

ただし、(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものとする。

奇数方阵の作り方

奇数方阵には良く知られた複数の規則的な作り方がある。

斜行法

- (1) 1行目中央に 1 を入れる。
- (2) 順次斜め右上に進みながら、2, 3, ... を入れてゆく。
- (3) 枠をはみ出したら、反対側へ入れる。
- (4) すでに数字が入っていて進めないときは、**すぐ下**に入れる。

ただし、(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものとする。

奇数方陣の作り方

奇数方陣には良く知られた複数の規則的な作り方がある。

斜行法

- (1) 1 行目中央に 1 を入れる。
- (2) 順次斜め右上に進みながら、2, 3, ... を入れてゆく。
- (3) 枠をはみ出したら、反対側へ入れる。
- (4) すでに数字が入っていて進めないときは、**すぐ下**に入れる。

ただし、(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものとする。

奇数方阵の作り方

奇数方阵には良く知られた複数の規則的な作り方がある。

斜行法

- (1) 1 行目中央に 1 を入れる。
- (2) 順次斜め右上に進みながら、2, 3, ... を入れてゆく。
- (3) 枠をはみ出したら、反対側へ入れる。
- (4) すでに数字が入っていて進めないときは、**すぐ下**に入れる。

ただし、(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものとする。

奇数方阵の作り方

奇数方阵には良く知られた複数の規則的な作り方がある。

斜行法

- (1) 1 行目中央に 1 を入れる。
- (2) 順次斜め右上に進みながら、2, 3, ... を入れてゆく。
- (3) 枠をはみ出したら、反対側へ入れる。
- (4) すでに数字が入っていて進めないときは、**すぐ下**に入れる。

ただし、(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものとする。

奇数方陣の作り方

奇数方陣には良く知られた複数の規則的な作り方がある。

斜行法

- (1) 1 行目中央に 1 を入れる。
- (2) 順次斜め右上に進みながら、2, 3, ... を入れてゆく。
- (3) 枠をはみ出したら、反対側へ入れる。
- (4) すでに数字が入っていて進めないときは、**すぐ下**に入れる。

ただし、(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものとする。


奇数方阵の作り方

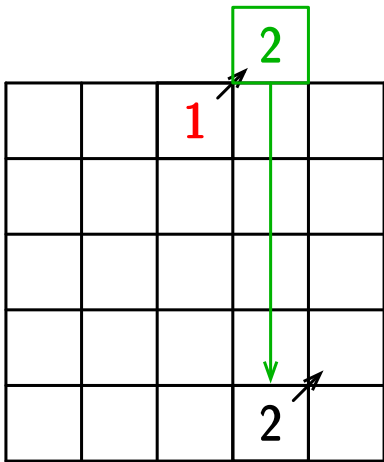
奇数方阵には良く知られた複数の規則的な作り方がある。

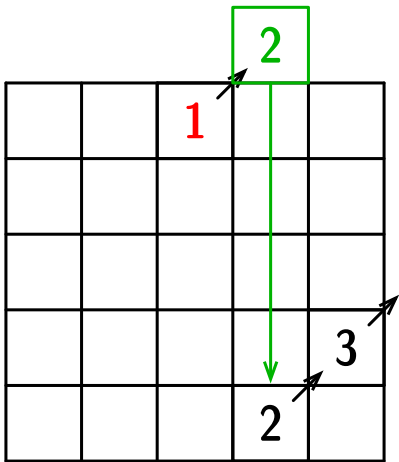
斜行法

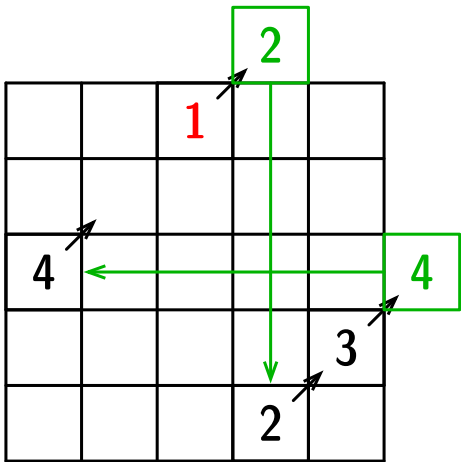
- (1) 1 行目中央に 1 を入れる。
- (2) 順次斜め右上に進みながら、2, 3, ... を入れてゆく。
- (3) 枠をはみ出したら、反対側へ入れる。
- (4) すでに数字が入っていて進めないときは、**すぐ下**に入れる。

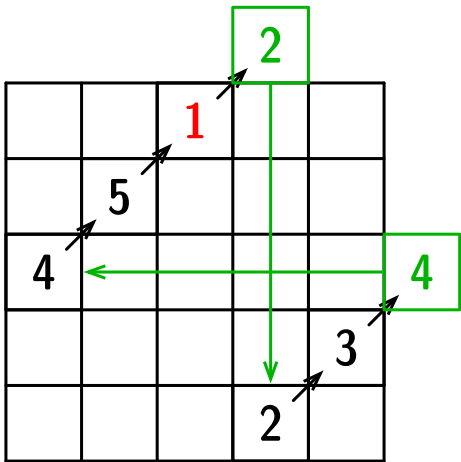
ただし、(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものとする。

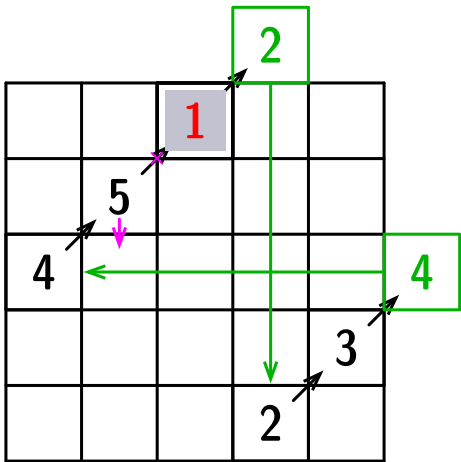
		1		

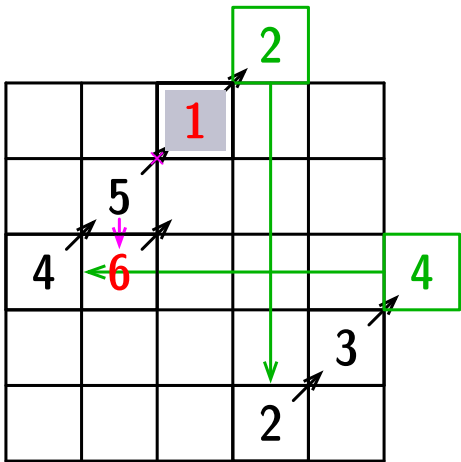


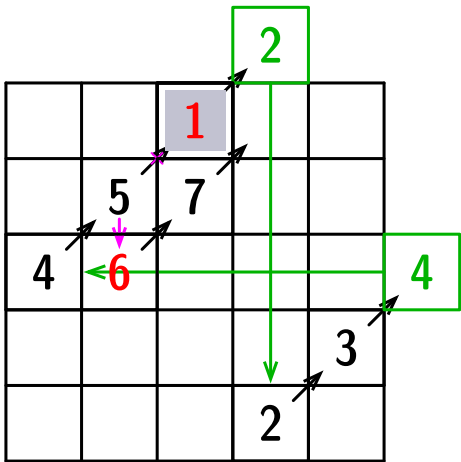


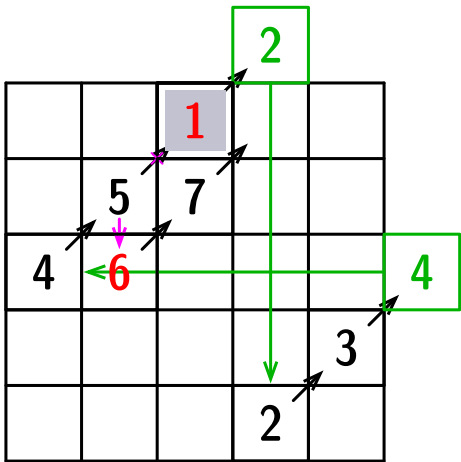












		1		
	5	7		
4	6			
				3
			2	

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	

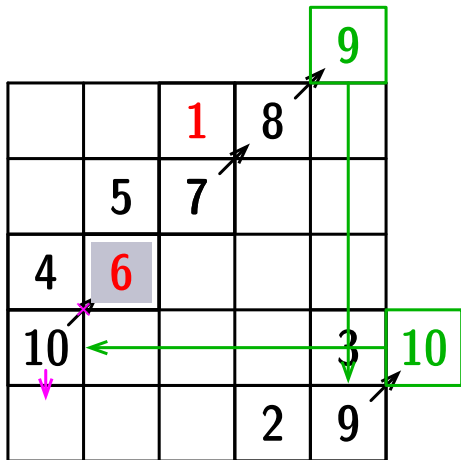
		1	8	9
	5	7		
4	6			
				3
			2	9

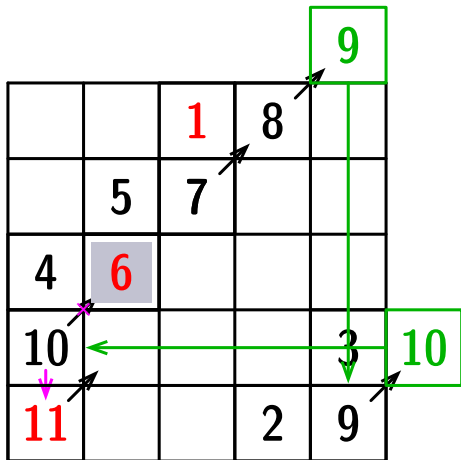
The image shows a 5x5 grid with the following numbers:

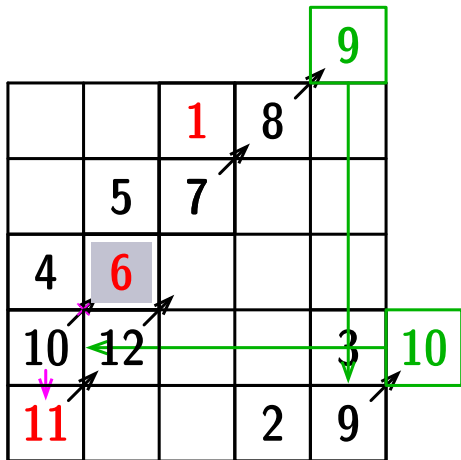
- Row 1: (1,3)=1, (1,4)=8, (1,5)=9 (highlighted in green)
- Row 2: (2,2)=5, (2,3)=7
- Row 3: (3,1)=4, (3,2)=6
- Row 4: (4,5)=3
- Row 5: (5,4)=2, (5,5)=9

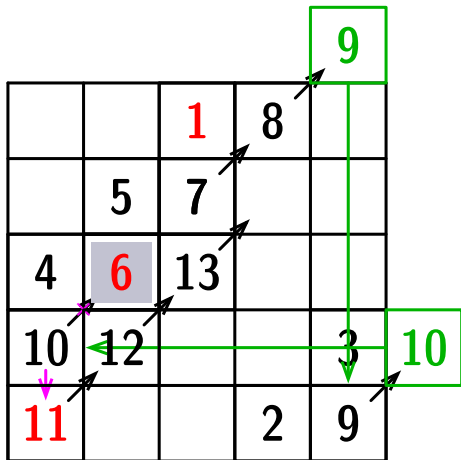
Arrows indicate relationships:

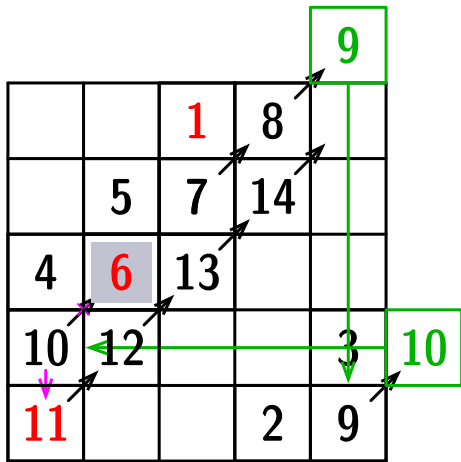
- A black arrow points from (1,4) to (1,5).
- A black arrow points from (2,3) to (1,4).
- A green arrow points from (1,5) to (4,5).
- A black arrow points from (4,5) to (5,5).

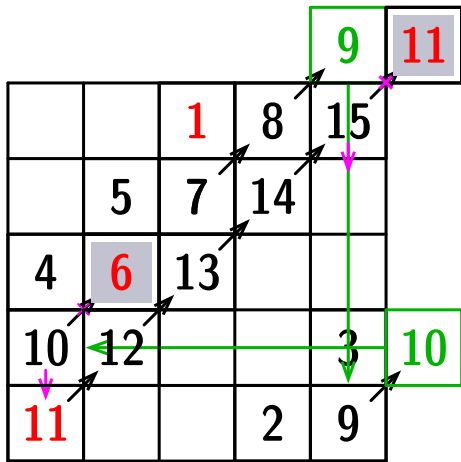


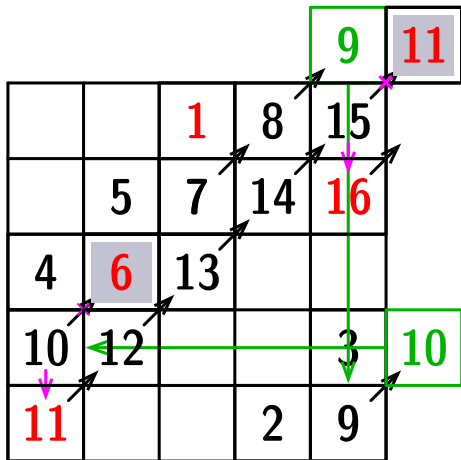


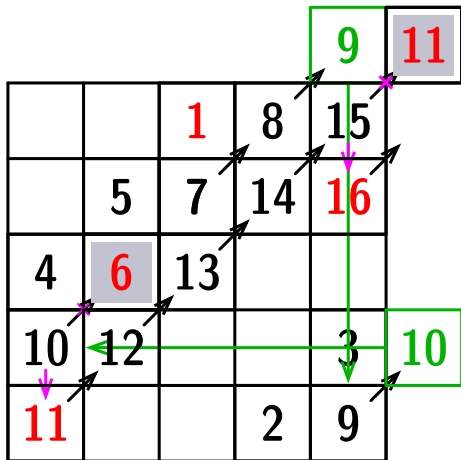




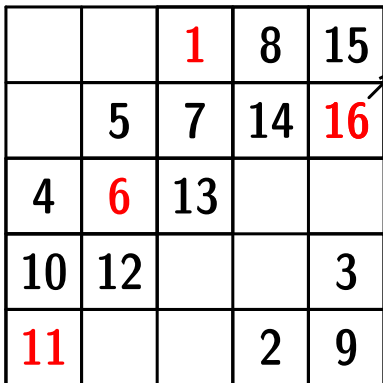








		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9



17		1	8	15	17
	5	7	14	16	
4	6	13			
10	12				3
11			2	9	

The image shows a 5x6 grid of numbers. The numbers 1, 6, 11, 16, and 17 are highlighted in red. The number 17 in the top-right cell is enclosed in a green box. A green arrow points from the 17 in the green box to the 1 in the top row, second column. Another green arrow points from the 17 in the green box to the 17 in the top-left cell. A black arrow points from the top-left cell to the top-right cell. A black arrow points from the top-right cell to the 16 in the second row, fifth column.

	18				
17		1	8	15	17
	5	7	14	16	
4	6	13			
10	12			3	
11	18		2	9	

A 6x5 grid of numbers. The numbers are arranged as follows:

		18				
17			1	8	15	17
	5	7	14	16		
4	6	13				
10	12	19		3		
11	18		2	9		

Key features of the grid:

- Numbers 1, 6, 11, 16, and 19 are colored red.
- Numbers 18 (top), 17 (right), and 6 (middle) are enclosed in green boxes.
- Green arrows indicate relationships:
 - A vertical arrow points from 18 (top) down to 6 (middle).
 - A horizontal arrow points from 18 (top) left to 1 (red).
 - A horizontal arrow points from 17 (right) left to 1 (red).
 - A diagonal arrow points from 17 (right) up-left to 18 (top).
 - A diagonal arrow points from 17 (right) down-left to 16 (red).
 - A diagonal arrow points from 6 (middle) down-right to 12 (middle).
 - A diagonal arrow points from 12 (middle) down-right to 18 (bottom).
 - A diagonal arrow points from 12 (middle) up-right to 19 (middle).
 - A diagonal arrow points from 18 (bottom) up-right to 19 (middle).

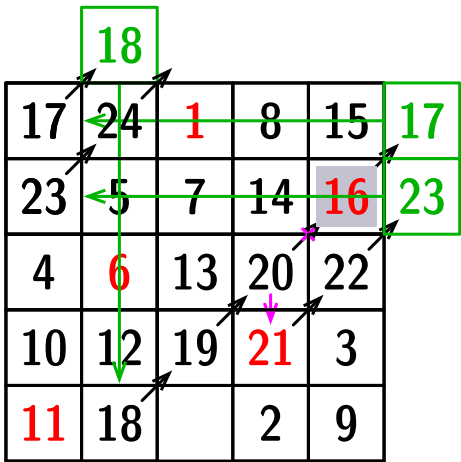
		18			
17		1	8	15	17
	5	7	14	16	
4	6	13	20		
10	12	19		3	
11	18		2	9	

	18				
17	←	1	8	15	17
	5	7	14	16	
4	6	13	20		
10	12	19	21	3	
11	18		2	9	

The image shows a 6x6 grid with various numbers and annotations. A green box highlights the number 18 in the top row, second column. A horizontal green line with arrows at both ends spans from the first column to the fifth column in the second row, passing through the number 1. A vertical green line with arrows at both ends spans from the second row to the fifth row in the first column, passing through the number 6. A grey shaded box highlights the number 16 in the second row, fifth column. Several black arrows point from various cells to other cells: from (1,2) to (2,1), from (2,5) to (3,6), from (4,2) to (5,1), from (4,3) to (5,2), from (4,4) to (5,3), from (5,4) to (6,3), from (5,5) to (6,4), and from (6,1) to (6,2). A pink arrow points from (4,4) to (4,5), and another pink arrow points from (4,4) to (5,4).

	18				
17	←	1	8	15	17
	5	7	14	16	
4	6	13	20	22	
10	12	19	21	3	
11	18		2	9	

	18				
17		1	8	15	17
23	5	7	14	16	23
4	6	13	20	22	
10	12	19	21	3	
11	18		2	9	



		18	25		
17	24	1	8	15	17
23	5	7	14	16	23
4	6	13	20	22	
10	12	19	21	3	
11	18	25	2	9	

		18	25		
17	24	1	8	15	17
23	5	7	14	16	23
4	6	13	20	22	
10	12	19	21	3	
11	18	25	2	9	

		1		

		1		
			2	

		1		
				3
			2	

		1		
4				
				3
			2	

		1		
	5			
4				
				3
			2	

		1		
	5			
4	6			
				3
			2	

		1		
	5	7		
4	6			
				3
			2	

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6			
10				3
			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6			
10				3
11			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6			
10	12			3
11			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

		1	8	
	5	7	14	
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

		1	8	15
	5	7	14	
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12	19		3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	
10	12	19		3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17		1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

バシェーの方法（16世紀フランスの数学者）

- (1) 元の方陣よりひとまわり大きい 45° 回転した方陣を考える.
- (2) 中央上端に1を入れ, 順次右下へ 2, 3, ... を入れてゆく.
- (3) 元の方陣をはみ出した数字を反対側の空きへ入れる.

やはり, (3)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

バシェーの方法（16世紀フランスの数学者）

- (1) 元の方陣よりひとまわり大きい 45° 回転した方陣を考える.
- (2) 中央上端に1を入れ, 順次右下へ 2, 3, ... を入れてゆく.
- (3) 元の方陣をはみ出した数字を反対側の空きへ入れる.

やはり, (3)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされている
と考える.

バシェーの方法（16世紀フランスの数学者）

- (1) 元の方陣よりひとまわり大きい 45° 回転した方陣を考える.
- (2) 中央上端に1を入れ, 順次右下へ 2, 3, ... を入れてゆく.
- (3) 元の方陣をはみ出した数字を反対側の空きへ入れる.

やはり, (3)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされている
と考える.

バシェーの方法（16世紀フランスの数学者）

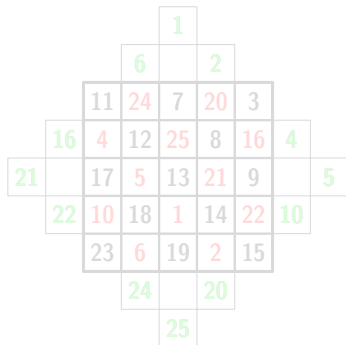
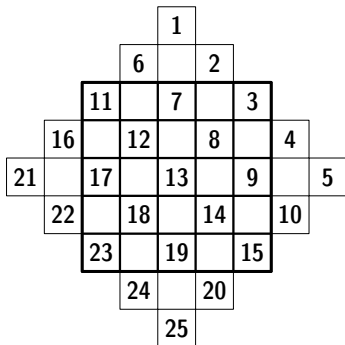
- (1) 元の方陣よりひとまわり大きい 45° 回転した方陣を考える.
- (2) 中央上端に1を入れ, 順次右下へ 2, 3, ... を入れてゆく.
- (3) 元の方陣をはみ出した数字を反対側の空きへ入れる.

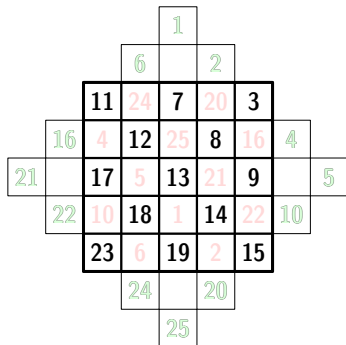
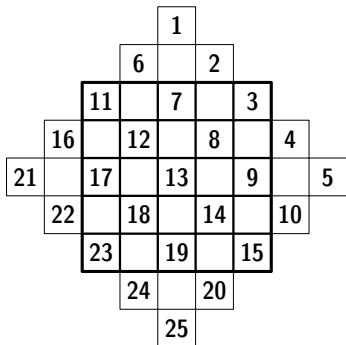
やはり, (3)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされている
と考える.

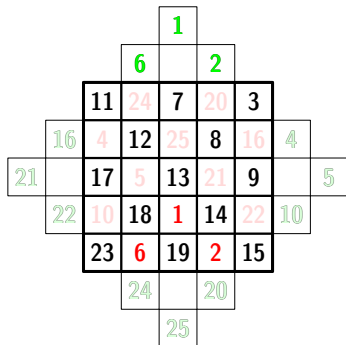
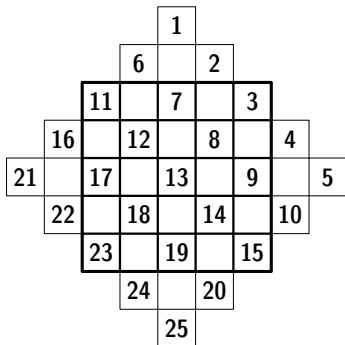
バシェーの方法（16世紀フランスの数学者）

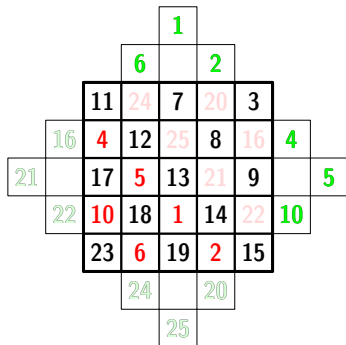
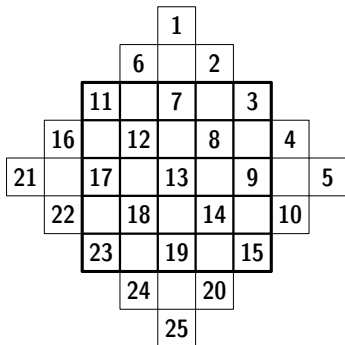
- (1) 元の方陣よりひとまわり大きい 45° 回転した方陣を考える.
- (2) 中央上端に1を入れ, 順次右下へ 2, 3, ... を入れてゆく.
- (3) 元の方陣をはみ出した数字を反対側の空きへ入れる.

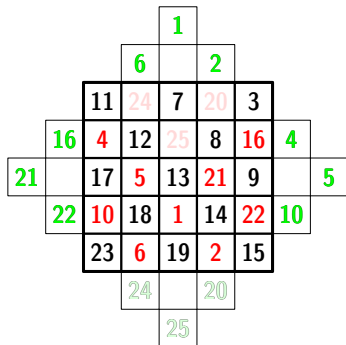
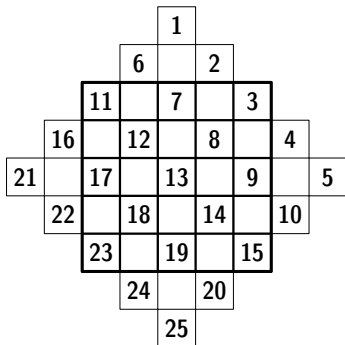
やはり, (3)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされている
と考える.

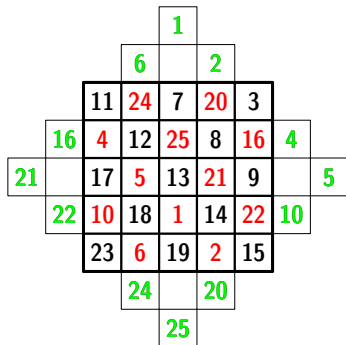
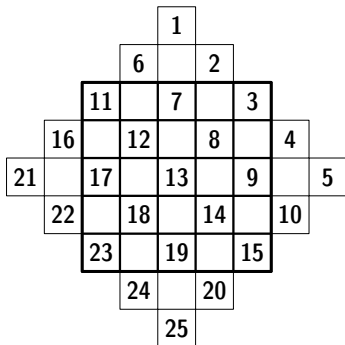












桂馬飛び法 (3の倍数でない場合に使える)

- (1) どこでも良いから 1 を入れる.
- (2) 右下桂馬の位置に 2, 3, ... を入れてゆく.
- (3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.
- (4) すでに数字が入っていて飛べないときは, **左下** に入れる.

やはり, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

桂馬飛び法 (3の倍数でない場合に使える)

- (1) どこでも良いから 1 を入れる.
- (2) 右下桂馬の位置に 2, 3, ... を入れてゆく.
- (3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.
- (4) すでに数字が入っていて飛べないときは, **左下** に入れる.

やはり, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

桂馬飛び法 (3の倍数でない場合に使える)

- (1) どこでも良いから 1 を入れる.
- (2) 右下桂馬の位置に 2, 3, ... を入れてゆく.
- (3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.
- (4) すでに数字が入っていて飛べないときは, **左下** に入れる.

やはり, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

桂馬飛び法 (3の倍数でない場合に使える)

- (1) どこでも良いから 1 を入れる.
- (2) 右下桂馬の位置に 2, 3, ... を入れてゆく.
- (3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.
- (4) すでに数字が入っていて飛べないときは, **左下** に入れる.

やはり, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

桂馬飛び法 (3の倍数でない場合に使える)

- (1) どこでも良いから 1 を入れる.
- (2) 右下桂馬の位置に 2, 3, ... を入れてゆく.
- (3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.
- (4) すでに数字が入っていて飛べないときは, **左下** に入れる.

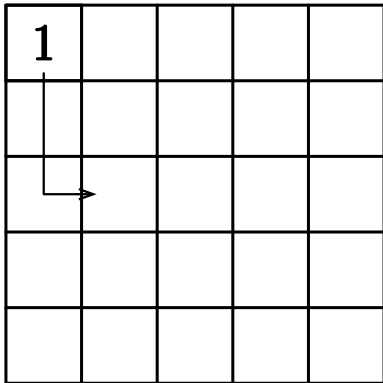
やはり, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

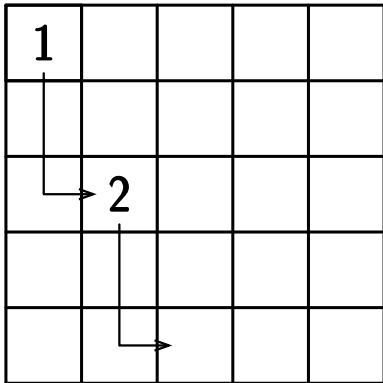
桂馬飛び法 (3の倍数でない場合に使える)

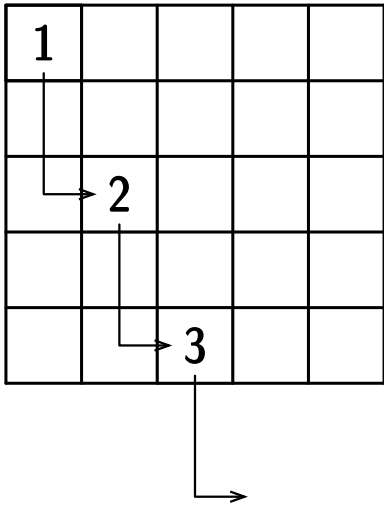
- (1) どこでも良いから 1 を入れる.
- (2) 右下桂馬の位置に 2, 3, ... を入れてゆく.
- (3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.
- (4) すでに数字が入っていて飛べないときは, **左下** に入れる.

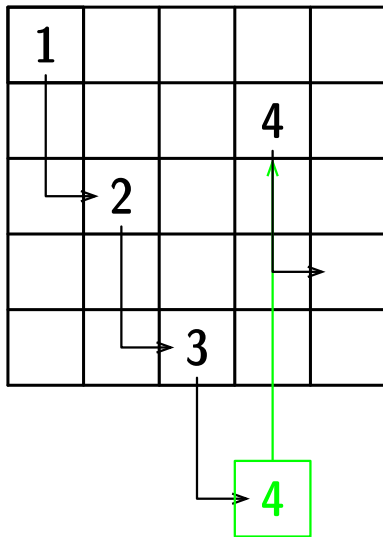
やはり, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

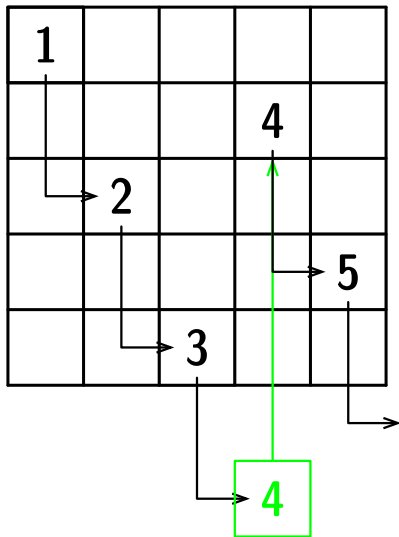
1				

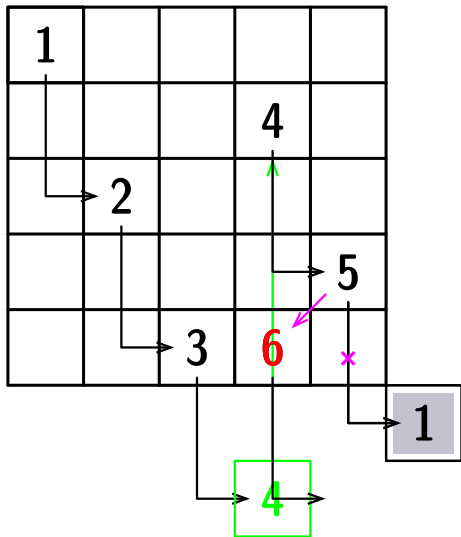


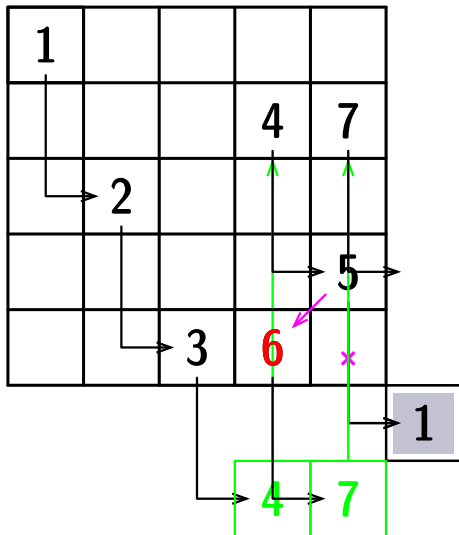


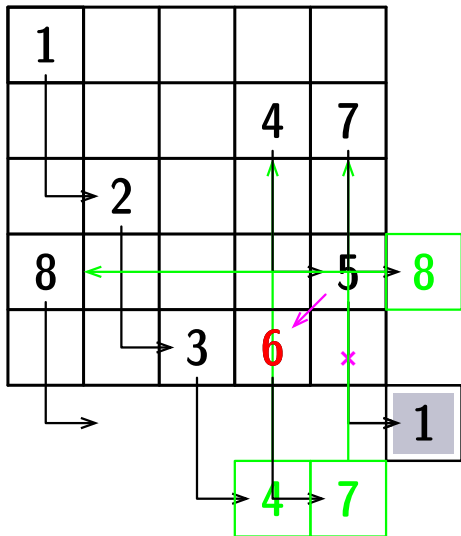


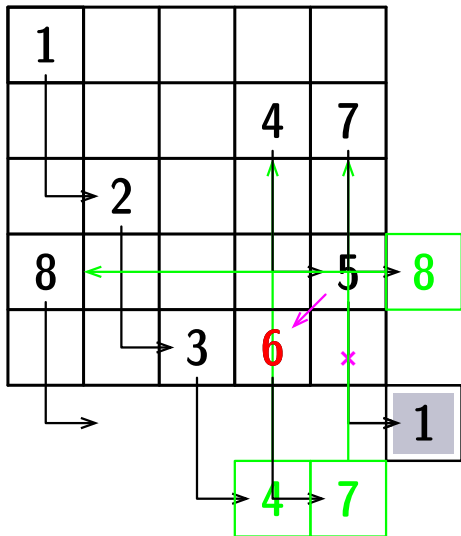




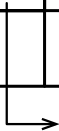


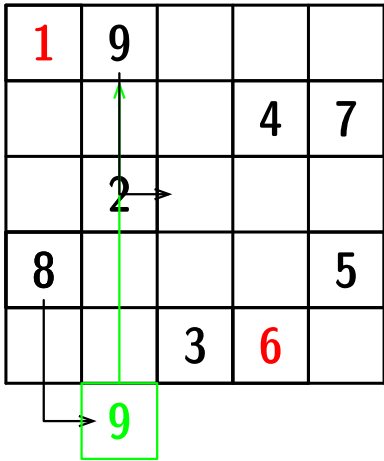


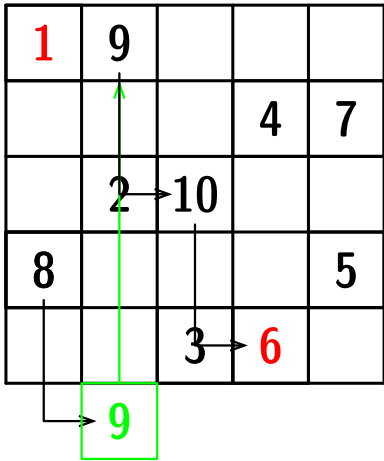


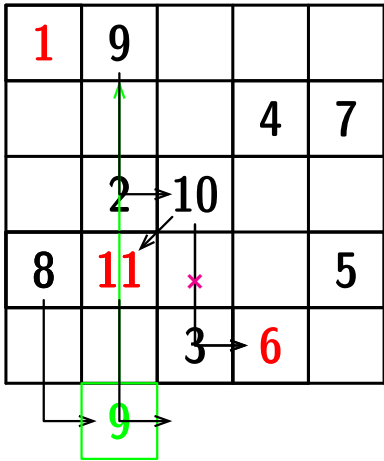


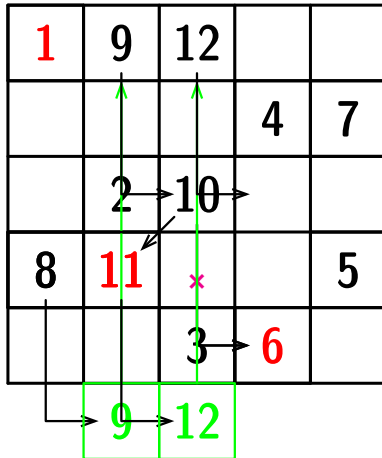
1				
			4	7
	2			
8				5
		3	6	

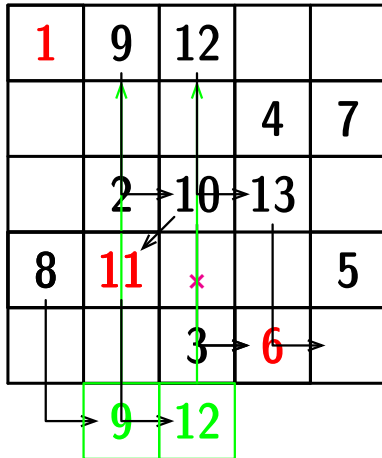


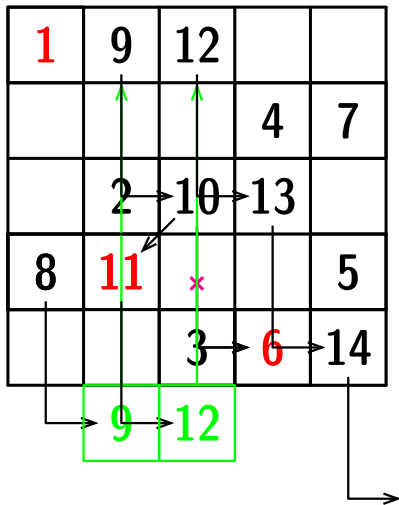


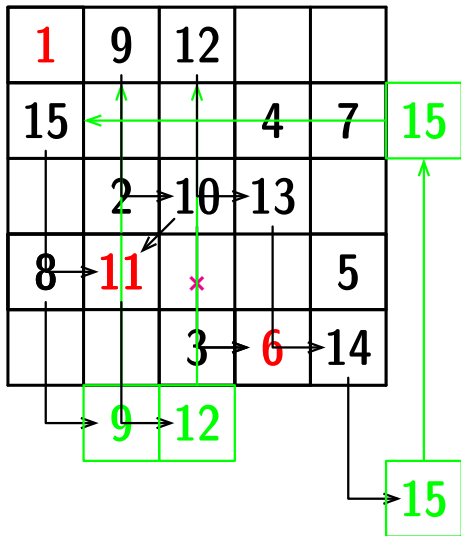


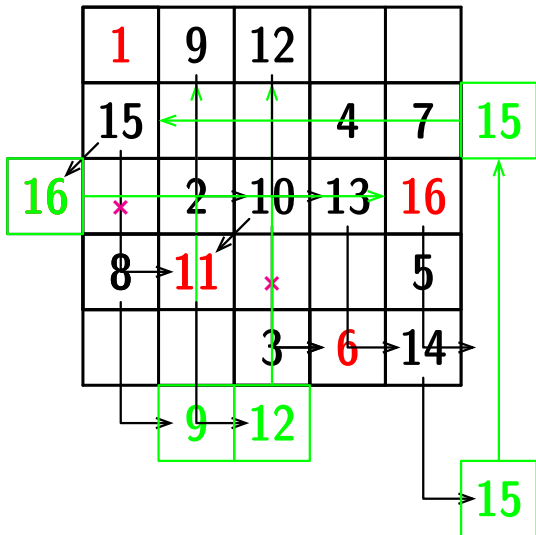


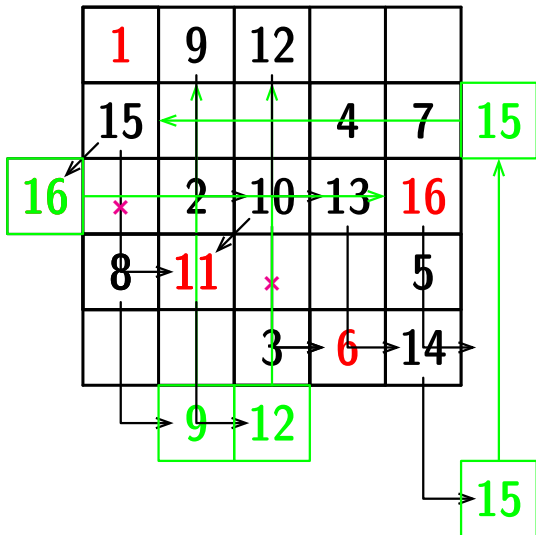






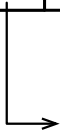






1	9	12		
15			4	7
	2	10	13	16
8	11			5
		3	6	14 →

1	9	12			
15			4	7	
	2	10	13	16	
8	11			5	
17	←	3	6	14	→ 17



1	9	12			
15	18		4	7	
	2	10	13	16	
8	11			5	
17		3	6	14	17

Diagram illustrating a grid of numbers with arrows indicating relationships between cells. The grid is 5 rows by 5 columns. The numbers are:

- Row 1: 1, 9, 12, (empty), (empty)
- Row 2: 15, 18, (empty), 4, 7
- Row 3: (empty), 2, 10, 13, 16
- Row 4: 8, 11, (empty), (empty), 5
- Row 5: 17, (empty), 3, 6, 14

Arrows indicate relationships:

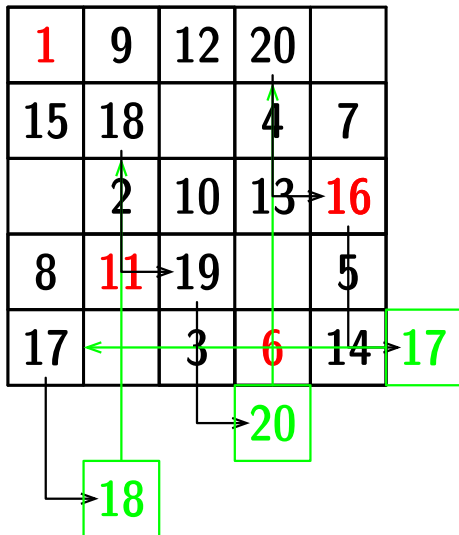
- A vertical arrow points from 2 to 18.
- A horizontal arrow points from 11 to (empty) in row 4.
- A horizontal arrow points from 17 to 14 in row 5.
- A horizontal arrow points from 3 to 6 in row 5.
- A horizontal arrow points from 6 to 14 in row 5.
- A horizontal arrow points from 17 to 14 in row 5.
- A vertical arrow points from 17 to 18.

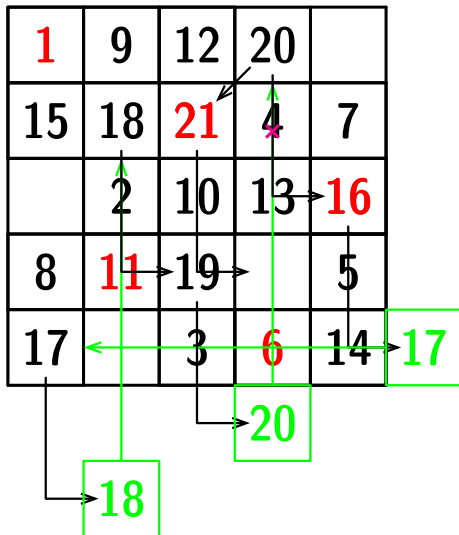
Green boxes highlight the numbers 17, 18, 17, and 18.

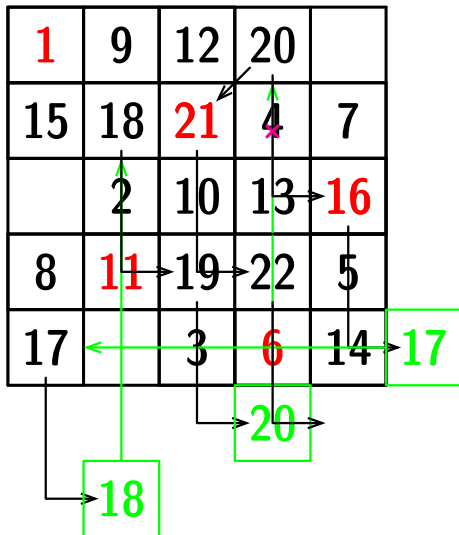
1	9	12			
15	18		4	7	
	2	10	13	16	
8	11	19		5	
17		3	6	14	17

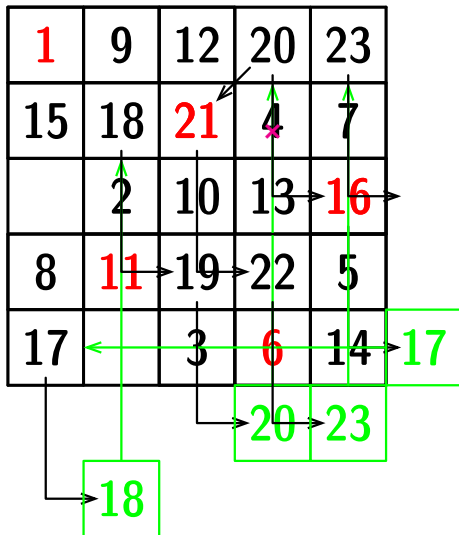
Diagram illustrating a grid of numbers with arrows indicating relationships and highlighted values:

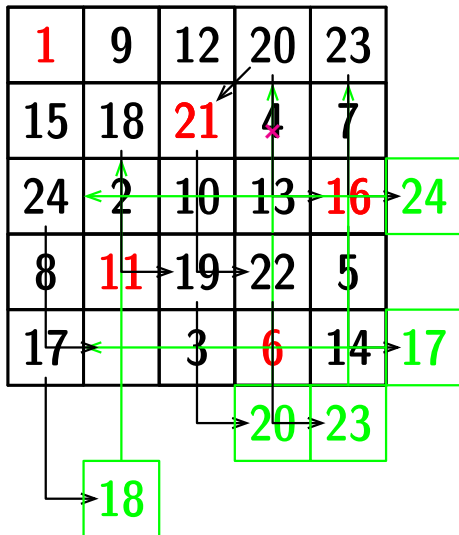
- Red numbers: 1, 11, 16, 6
- Green numbers: 18, 17, 17
- Green boxes: 18, 17, 17
- Arrows: A vertical arrow points from 18 to 2. A horizontal arrow points from 11 to 19. A horizontal arrow points from 17 to 3. A horizontal arrow points from 3 to 6. A horizontal arrow points from 6 to 14. A horizontal arrow points from 14 to 17. A vertical arrow points from 17 to 18. A vertical arrow points from 5 to 14. A vertical arrow points from 3 to 19. A horizontal arrow points from 17 to the right.

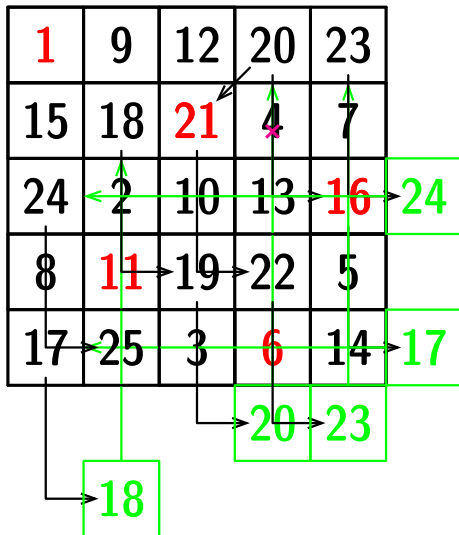


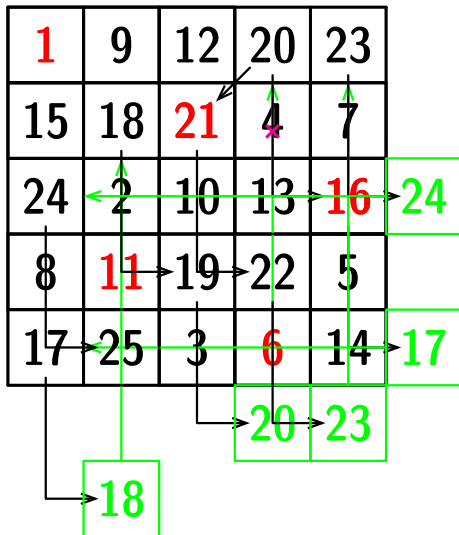












1				

1				
	2			

1				
	2			
		3		

1				
			4	
	2			
		3		

1				
			4	
	2			
				5
		3		

1				
			4	
	2			
				5
		3	6	

1				
			4	7
	2			
				5
		3	6	

1				
			4	7
	2			
8				5
		3	6	

1	9			
			4	7
	2			
8				5
		3	6	

1	9			
			4	7
	2	10		
8				5
		3	6	

1	9			
			4	7
	2	10		
8	11			5
		3	6	

1	9	12		
			4	7
	2	10		
8	11			5
		3	6	

1	9	12		
			4	7
	2	10	13	
8	11			5
		3	6	

1	9	12		
			4	7
	2	10	13	
8	11			5
		3	6	14

1	9	12		
15			4	7
	2	10	13	
8	11			5
		3	6	14

1	9	12		
15			4	7
	2	10	13	16
8	11			5
		3	6	14

1	9	12		
15			4	7
	2	10	13	16
8	11			5
17		3	6	14

1	9	12		
15	18		4	7
	2	10	13	16
8	11			5
17		3	6	14

1	9	12		
15	18		4	7
	2	10	13	16
8	11	19		5
17		3	6	14

1	9	12	20	
15	18		4	7
	2	10	13	16
8	11	19		5
17		3	6	14

1	9	12	20	
15	18	21	4	7
	2	10	13	16
8	11	19		5
17		3	6	14

1	9	12	20	
15	18	21	4	7
	2	10	13	16
8	11	19	22	5
17		3	6	14

1	9	12	20	23
15	18	21	4	7
	2	10	13	16
8	11	19	22	5
17		3	6	14

1	9	12	20	23
15	18	21	4	7
24	2	10	13	16
8	11	19	22	5
17		3	6	14

1	9	12	20	23
15	18	21	4	7
24	2	10	13	16
8	11	19	22	5
17	25	3	6	14

1	9	12	20	23
15	18	21	4	7
24	2	10	13	16
8	11	19	22	5
17	25	3	6	14

課題

それぞれの方法で7方陣を作ってみよ.

斜行法

30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20

バシエーの方法

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	29
21	39	8	33	2	27	45
46	15	49	9	34	3	28

桂馬飛び法

1	31	12	42	16	46	27
39	20	43	24	5	35	9
28	2	32	13	36	17	47
10	40	21	44	25	6	29
48	22	3	33	14	37	18
30	11	41	15	45	26	7
19	49	23	4	34	8	38

完全魔方陣

完全魔方陣

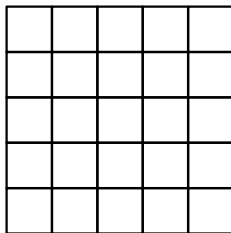
完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11



完全魔方陣

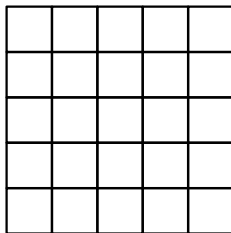
完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11



完全魔方陣

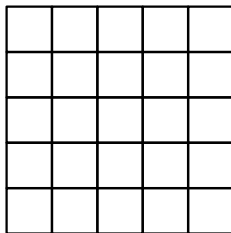
完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11



完全魔方陣

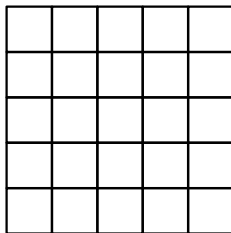
完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11



完全魔方陣

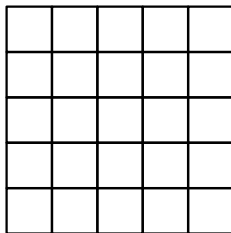
完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11



完全魔方陣

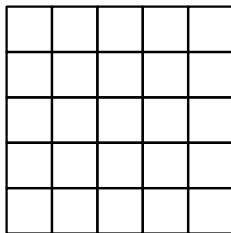
完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11



完全魔方陣

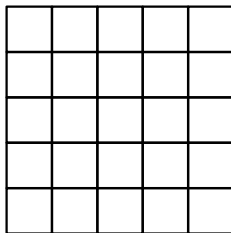
完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11



完全魔方陣

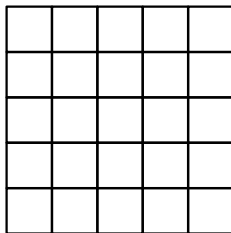
完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11



完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ。

(左右の辺を糊付けした円筒を考えている)

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

4 次の完全魔方陣は 880 個中 $48 (= 3 \times 16)$ 個,

5 次の完全魔方陣は 275305224 個中 $3600 (= 144 \times 25)$ 個.

完全魔方陣の行や列をシフトしても、また完全魔方陣になる.

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

→

12	13	8	1
6	3	10	15
9	16	5	4
7	2	11	14

これらは完全魔方陣としては、本質的に同じものと考えられる.

4 次の完全魔方陣は 880 個中 $48 (= 3 \times 16)$ 個,

5 次の完全魔方陣は 275305224 個中 $3600 (= 144 \times 25)$ 個.

完全魔方陣の行や列をシフトしても、また完全魔方陣になる.

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

→

12	13	8	1
6	3	10	15
9	16	5	4
7	2	11	14

これらは完全魔方陣としては、本質的に同じものと考えられる.

4 次の完全魔方陣は 880 個中 48 ($= 3 \times 16$) 個,

5 次の完全魔方陣は 275305224 個中 3600 ($= 144 \times 25$) 個.

完全魔方陣の行や列をシフトしても、また完全魔方陣になる.

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

→

12	13	8	1
6	3	10	15
9	16	5	4
7	2	11	14

これらは完全魔方陣としては、本質的に同じものと考えられる.

4 次の完全魔方陣は 880 個中 $48 (= 3 \times 16)$ 個,

5 次の完全魔方陣は 275305224 個中 $3600 (= 144 \times 25)$ 個.

完全魔方陣の行や列をシフトしても、また完全魔方陣になる.

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

→

12	13	8	1
6	3	10	15
9	16	5	4
7	2	11	14

これらは完全魔方陣としては、本質的に同じものと考えられる.

4 次の完全魔方陣

4 次の完全魔方陣の性質 1.

4 次の完全魔方陣では以下の4数の和も 34 になる.

(a)

■	■		
■	■		

(b)

■		■	
■		■	

4 次の完全魔方陣

4 次の完全魔方陣の性質 1.

4 次の完全魔方陣では以下の4数の和も34になる.

(a)

■	■		
■	■		

(b)

■		■	
■		■	

4 次の完全魔方陣

4 次の完全魔方陣の性質 1.

4 次の完全魔方陣では以下の4数の和も34になる.

(a)

(b)

4次の完全魔方陣

4次の完全魔方陣の性質 1.

4次の完全魔方陣では以下の4数の和も34になる.

(a)

■	■		
■	■		

(b)

■		■	
■		■	

証明：

$$2 \times (a) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{gray} & \text{green} & & \\ \hline \text{green} & \text{gray} & & \\ \hline & & \text{gray} & \text{green} \\ \hline & & \text{green} & \text{gray} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times (b) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & & \\ \hline \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{gray} & & \text{gray} & \\ \hline \text{gray} & & \text{gray} & \\ \hline \text{gray} & & \text{gray} & \\ \hline \text{gray} & & \text{gray} & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{green} & & \text{gray} \\ \hline \text{green} & & \text{gray} & \\ \hline & \text{gray} & & \text{green} \\ \hline \text{gray} & & \text{green} & \\ \hline \end{array}$$

証明：

$$2 \times (a) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{gray} & \text{green} & & \\ \hline \text{green} & \text{gray} & & \\ \hline & & \text{gray} & \text{green} \\ \hline & & \text{green} & \text{gray} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times (b) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & & \\ \hline \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{gray} & & \text{gray} & \\ \hline \text{gray} & & \text{gray} & \\ \hline \text{gray} & & \text{gray} & \\ \hline \text{gray} & & \text{gray} & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{green} & & \text{gray} \\ \hline \text{green} & & \text{gray} & \\ \hline & \text{gray} & & \text{green} \\ \hline \text{gray} & & \text{green} & \\ \hline \end{array}$$

証明：

$$2 \times (a) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{green} & & \\ \hline \text{green} & \text{grey} & & \\ \hline & & \text{grey} & \text{green} \\ \hline & & \text{green} & \text{grey} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times (b) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{green} & & \text{grey} \\ \hline \text{green} & & \text{grey} & \\ \hline & \text{grey} & & \text{green} \\ \hline \text{grey} & & \text{green} & \\ \hline \end{array}$$

証明：

$$2 \times (a) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{gray} & \text{green} & & \\ \hline \text{green} & \text{gray} & & \\ \hline & & \text{gray} & \text{green} \\ \hline & & \text{green} & \text{gray} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} & \text{gray} \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{light gray} & \text{light gray} \\ \hline & & \text{light gray} & \text{light gray} \\ \hline & & \text{light gray} & \text{light gray} \\ \hline & & \text{light gray} & \text{light gray} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times (b) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{light gray} & \text{light gray} & \text{light gray} & \text{light gray} \\ \hline & & & \\ \hline \text{light gray} & \text{light gray} & \text{light gray} & \text{light gray} \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{light gray} & & \text{light gray} & \\ \hline \text{light gray} & & \text{light gray} & \\ \hline \text{light gray} & & \text{light gray} & \\ \hline \text{light gray} & & \text{light gray} & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{green} & & \text{light gray} \\ \hline \text{green} & & \text{light gray} & \\ \hline & \text{light gray} & & \text{green} \\ \hline \text{light gray} & & \text{green} & \\ \hline \end{array}$$

証明：

$$2 \times (a) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{green} & & \\ \hline \text{green} & \text{grey} & & \\ \hline & & \text{grey} & \text{green} \\ \hline & & \text{green} & \text{grey} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times (b) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{light grey} & \text{light grey} & \text{light grey} & \text{light grey} \\ \hline & & & \\ \hline \text{light grey} & \text{light grey} & \text{light grey} & \text{light grey} \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{light grey} & & \text{light grey} & \\ \hline \text{light grey} & & \text{light grey} & \\ \hline \text{light grey} & & \text{light grey} & \\ \hline \text{light grey} & & \text{light grey} & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{green} & & \text{light grey} \\ \hline \text{green} & & \text{light grey} & \\ \hline & \text{light grey} & & \text{green} \\ \hline \text{light grey} & & \text{green} & \\ \hline \end{array}$$

証明：

$$2 \times (a) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{green} & & \\ \hline \text{green} & \text{grey} & & \\ \hline & & \text{grey} & \text{green} \\ \hline & & \text{green} & \text{grey} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times (b) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{green} & & \text{grey} \\ \hline \text{green} & & \text{grey} & \\ \hline & \text{grey} & & \text{green} \\ \hline \text{grey} & & \text{green} & \\ \hline \end{array}$$

証明：

$$2 \times (a) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{green} & & \\ \hline \text{green} & \text{grey} & & \\ \hline & & \text{grey} & \text{green} \\ \hline & & \text{green} & \text{grey} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times (b) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{green} & & \\ \hline \text{green} & & & \\ \hline & & & \text{green} \\ \hline & & \text{green} & \\ \hline \end{array}$$

証明：

$$2 \times (a) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{green} & & \\ \hline \text{green} & \text{grey} & & \\ \hline & & \text{grey} & \text{green} \\ \hline & & \text{green} & \text{grey} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times (b) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{green} & & \text{grey} \\ \hline \text{green} & & \text{grey} & \\ \hline & \text{grey} & & \text{green} \\ \hline \text{grey} & & \text{green} & \\ \hline \end{array}$$

証明：

$$2 \times (a) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{green} & & \\ \hline \text{green} & \text{grey} & & \\ \hline & & \text{grey} & \text{green} \\ \hline & & \text{green} & \text{grey} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times (b) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} & \text{grey} \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \text{grey} & & \text{grey} & \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{green} & & \text{grey} \\ \hline \text{green} & & \text{grey} & \\ \hline & \text{grey} & & \text{green} \\ \hline \text{grey} & & \text{green} & \\ \hline \end{array}$$

4 次の完全魔方陣の性質 2.

以下の 2 数の和は17.

(c)

■			
		■	

(c')

		■	
■			

4 次の完全魔方陣の性質 2.

以下の 2 数の和は17.

(c)

■			
		■	

(c')

		■	
■			

4 次の完全魔方陣の性質 2.

以下の 2 数の和は17.

(c)

■			
		■	

(c')

		■	
■			

証明： 1.(b) と次を用いる

$$(c) - (c') = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \blacksquare & & & \\ \hline & \blacksquare & & \\ \hline & & \blacksquare & \\ \hline & & & \blacksquare \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \blacksquare & \\ \hline & \blacksquare & & \\ \hline \blacksquare & & & \\ \hline & & & \blacksquare \\ \hline \end{array} = 0$$

証明： 1.(b) と次を用いる

$$(c) - (c') = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \blacksquare & & & \\ \hline & \blacksquare & & \\ \hline & & \blacksquare & \\ \hline & & & \blacksquare \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \blacksquare & \\ \hline & \blacksquare & & \\ \hline \blacksquare & & & \\ \hline & & & \blacksquare \\ \hline \end{array} = 0$$

証明： 1.(b) と次を用いる

$$(c) - (c') = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \blacksquare & & & \\ \hline & \blacksquare & & \\ \hline & & \blacksquare & \\ \hline & & & \blacksquare \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \blacksquare & \\ \hline & \blacksquare & & \\ \hline \blacksquare & & & \\ \hline & & & \blacksquare \\ \hline \end{array} = 0$$

証明： 1.(b) と次を用いる

$$(c) - (c') = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{■} & & & \\ \hline & \text{■} & & \\ \hline & & \text{■} & \\ \hline & & & \text{■} \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{■} & \\ \hline & \text{■} & & \\ \hline \text{■} & & & \\ \hline & & & \text{■} \\ \hline \end{array} = 0$$

証明： 1.(b) と次を用いる

$$(c) - (c') = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{■} & & & \\ \hline & \text{■} & & \\ \hline & & \text{■} & \\ \hline & & & \text{■} \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{■} & \\ \hline & \text{■} & & \\ \hline \text{■} & & & \\ \hline & & & \text{■} \\ \hline \end{array} = 0$$

証明： 1.(b) と次を用いる

$$(c) - (c') = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{■} & & & \\ \hline & \text{■} & & \\ \hline & & \text{■} & \\ \hline & & & \text{■} \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & \text{■} & \\ \hline & \text{■} & & \\ \hline \text{■} & & & \\ \hline & & & \text{■} \\ \hline \end{array} = 0$$

定理

全ての完全4方陣は次の3つの方陣から行や列のシフトと回転・鏡像により作れる。(本質的にはこの3種類しかない)

1	12	6	15
8	13	3	10
11	2	16	5
14	7	9	4

1	8	10	15
12	13	3	6
7	2	16	9
14	11	5	4

1	14	4	15
8	11	5	10
13	2	16	3
12	7	9	6

定理

全ての完全4方陣は次の3つの方陣から行や列のシフトと回転・鏡像により作れる。(本質的にはこの3種類しかない)

1	12	6	15
8	13	3	10
11	2	16	5
14	7	9	4

1	8	10	15
12	13	3	6
7	2	16	9
14	11	5	4

1	14	4	15
8	11	5	10
13	2	16	3
12	7	9	6

証明： 完全方陣を考える際には、全てのマスから 1 を引き、0 ~ 15 を使った魔方陣を考えると都合が良い、
こうすると **1.** (a), (b) の和は 30, **2.** (c), (c') の和は 15 となる。

証明： 完全方陣を考える際には、全てのマスから 1 を引き、0
～ 15 を使った魔方陣を考えると都合が良い、
こうすると 1. (a), (b) の和は 30, 2. (c), (c') の和は 15 となる。

証明： 完全方陣を考える際には、全てのマスから 1 を引き、0 ~ 15 を使った魔方陣を考えると都合が良い、
こうすると **1.** (a), (b) の和は 30, **2.** (c), (c') の和は 15 となる。

0			

まず、シフト操作により、0を(1, 1)に持って来れば、

0			
		15	

まず、シフト操作により、0を(1,1)に持って来れば、

2. (c)より 15 は(3,3) に入る.

0			
		b	
	a	15	c
		d	

15 の周りの4数を a , b , c , d とおく.

0			$15 - a$
		b	
	a	15	c
		d	

1., 2. の性質により, 他のマス目を a, b, c, d を用いて表していくと. . .

0	$15 - c$		$15 - a$
		b	
	a	15	c
		d	

0	$15 - c$		$15 - a$
		<i>b</i>	
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$		<i>d</i>	

0	$15 - c$		$15 - a$
$15 - d$		<i>b</i>	
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$		<i>d</i>	

0	$15 - c$		$15 - a$
$15 - d$		<i>b</i>	
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$		<i>d</i>	

0	$15 - c$		$15 - a$
$15 - d$		<i>b</i>	
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$		<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$		$15 - a$
$15 - d$		<i>b</i>	
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$		<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$		$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	<i>b</i>	
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$		<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$		$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	<i>b</i>	
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$		<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$		$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	<i>b</i>	$a + d$
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$		<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$		$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	<i>b</i>	$a + d$
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$		<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$		$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	<i>b</i>	$a + d$
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$	$b + c$	<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$		$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	<i>b</i>	$a + d$
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$	$b + c$	<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$	$a + c$	$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	<i>b</i>	$a + d$
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$	$b + c$	<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$	$a + c$	$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	<i>b</i>	$a + d$
	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$	$b + c$	<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$	$a + c$	$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	<i>b</i>	$a + d$
$b + d$	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$	$b + c$	<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$	$a + c$	$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	<i>b</i>	$a + d$
$b + d$	<i>a</i>	15	<i>c</i>
$15 - b$	$b + c$	<i>d</i>	$a + b$

0	$15 - c$	$a + c$	$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	b	$a + d$
$b + d$	a	15	c
$15 - b$	$b + c$	d	$a + b$

さらに、対角線をみると、 $a + b + c + d = 15$ となるから、

0	$15 - c$	$a + c$	$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	b	$a + d$
$b + d$	a	15	c
$15 - b$	$b + c$	d	$a + b$

さらに、対角線をみると、 $a + b + c + d = 15$ となるから、
 $15 - a = b + c + d$, $15 - b = a + c + d$,
 $15 - c = a + b + d$, $15 - d = a + b + c$
とも表せる。

0	$a+b+d$	$a+c$	$b+c+d$
$a+b+c$	$c+d$	b	$a+d$
$b+d$	a	15	c
$a+c+d$	$b+c$	d	$a+b$

さらに、対角線をみると、 $a+b+c+d=15$ となるから、
 $15-a=b+c+d$, $15-b=a+c+d$,
 $15-c=a+b+d$, $15-d=a+b+c$
とも表せる。

0	$a+b+d$	$a+c$	$b+c+d$
$a+b+c$	$c+d$	b	$a+d$
$b+d$	a	15	c
$a+c+d$	$b+c$	d	$a+b$

$a, b, c, d, a+b, a+c, a+d, b+c, \dots, b+c+d$ で $1 \sim 14$ が重複なく全て出て来るには、 a, b, c, d は $1, 2, 4, 8$ の4つの数からなることが分かる。

回転・鏡像 + シフトによって生じる重複を除くため、 a が最小、 $b < d$ の条件で求めると、 (a, b, c, d) の組合せは

$$(a, b, c, d) = (1, 2, 4, 8), (1, 2, 8, 4), (1, 4, 2, 8)$$

の3種類のみとなる。

最後に、全てのマスに 1 を加えれば、定理で示した3つの魔方陣が出来上がる。 ■

回転・鏡像 + シフトによって生じる重複を除くため、 a が最小、 $b < d$ の条件で求めると、 (a, b, c, d) の組合せは

$$(a, b, c, d) = (1, 2, 4, 8), (1, 2, 8, 4), (1, 4, 2, 8)$$

の3種類のみとなる。

最後に、全てのマスに 1 を加えれば、定理で示した3つの魔方陣が出来上がる。 ■

5 次の完全魔方陣

次の5方陣は桂馬飛び法で作った5方陣の全てのマスから1を引いたものである。

0	8	11	19	22
14	17	20	3	6
23	1	9	12	15
7	10	18	21	4
16	24	2	5	13

この方陣の各数字を (5の倍数) + (余り) で表し、それぞれを別の5×5方陣に書き込むと、

5 次の完全魔方陣

次の5方陣は**桂馬飛び法**で作った5方陣の全てのマスから1を引いたものである。

0	8	11	19	22
14	17	20	3	6
23	1	9	12	15
7	10	18	21	4
16	24	2	5	13

この方陣の各数字を (5の倍数) + (余り) で表し、それぞれを別の5×5方陣に書き込むと、

5 次の完全魔方陣

次の5方陣は**桂馬飛び法**で作った5方陣の全てのマスから1を引いたものである。

0	8	11	19	22
14	17	20	3	6
23	1	9	12	15
7	10	18	21	4
16	24	2	5	13

この方陣の各数字を (5の倍数) + (余り) で表し、それぞれを別の5×5方陣に書き込むと、

(5N)

0	5	10	15	20
10	15	20	0	5
20	0	5	10	15
5	10	15	20	0
15	20	0	5	10

(余り)

0	3	1	4	2
4	2	0	3	1
3	1	4	2	0
2	0	3	1	4
1	4	2	0	3

これは次の2つの文字方陣で

$(A, B, C, D, E) = (0, 5, 10, 15, 20)$

$(a, b, c, d, e) = (0, 4, 3, 2, 1)$

と置いたものになっている。

(5N)

0	5	10	15	20
10	15	20	0	5
20	0	5	10	15
5	10	15	20	0
15	20	0	5	10

(余り)

0	3	1	4	2
4	2	0	3	1
3	1	4	2	0
2	0	3	1	4
1	4	2	0	3

これは次の2つの文字方陣で

(A, B, C, D, E) = (0, 5, 10, 15, 20)

(a, b, c, d, e) = (0, 4, 3, 2, 1)

と置いたものになっている。

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この2つの文字方陣をみると、各行・各列・2つの対角線だけでなく、平行な斜めの線においても各文字は1度しか現れていない。

したがって、それらの和は全て

A+B+C+D+E+a+b+c+d+e となり、元の方陣が完全方陣になっていることが分かる。

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この2つの文字方陣をみると、各行・各列・2つの対角線だけでなく、平行な斜めの線においても各文字は1度しか現れていない。

したがって、それらの和は全て

$A+B+C+D+E+a+b+c+d+e$ となり、元の方陣が完全方陣になっていることが分かる。

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この2つの文字方陣をみると、各行・各列・2つの対角線だけでなく、平行な斜めの線においても各文字は1度しか現れていない。

したがって、それらの和は全て

$A+B+C+D+E+a+b+c+d+e$ となり、元の方陣が完全方陣になっていることが分かる。

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この2つの文字方陣をみると、各行・各列・2つの対角線だけでなく、平行な斜めの線においても各文字は1度しか現れていない。

したがって、それらの和は全て

$A+B+C+D+E+a+b+c+d+e$ となり、元の方陣が完全方陣になっていることが分かる。

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この2つの文字方陣をみると、各行・各列・2つの対角線だけでなく、平行な斜めの線においても各文字は1度しか現れていない。

したがって、それらの和は全て

$A+B+C+D+E+a+b+c+d+e$ となり、元の方陣が完全方陣になっていることが分かる。

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この2つの文字方陣をみると、各行・各列・2つの対角線だけでなく、平行な斜めの線においても各文字は1度しか現れていない。

したがって、それらの和は全て

$A+B+C+D+E+a+b+c+d+e$ となり、元の方陣が完全方陣になっていることが分かる。

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この2つの文字方陣をみると、各行・各列・2つの対角線だけでなく、平行な斜めの線においても各文字は1度しか現れていない。

したがって、それらの和は全て

A+B+C+D+E+a+b+c+d+e となり、元の方陣が完全方陣になっていることが分かる。

逆に次のことが知られている.

定理

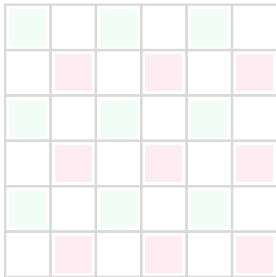
全ての5次の完全魔方陣はこの2つの文字方陣の各文字に割り当てる数字を入れ換えることによって得られる.

6 次の完全魔方陣

定理

6 次の完全魔方陣は存在しない。

この事実を右の図を用いて証明しよう。

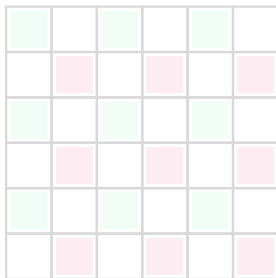


6 次の完全魔方陣

定理

6 次の完全魔方陣は存在しない。

この事実を右の図を用いて証明しよう。

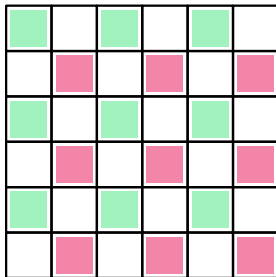


6 次の完全魔方陣

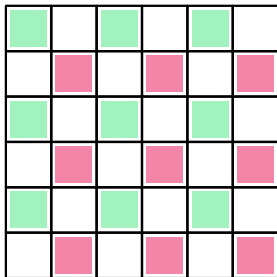
定理

6 次の完全魔方陣は存在しない.

この事実を右の図を用いて証明しよう.



6 次の魔方陣の定和は $6(36 + 1)/2 = 111$ であることに注意する.



6 次の魔方陣の定和は $6(36 + 1)/2 = 111$ であることに注意する.

緑	白	緑	白	緑	白
白	赤	白	赤	白	赤
緑	白	緑	白	緑	白
白	赤	白	赤	白	赤
緑	白	緑	白	緑	白
白	赤	白	赤	白	赤

6 次の完全魔方陣が存在したと仮定すれば、緑と赤の全体は
3つの平行な対角線（一般対角線）からなっているので、

$$(\text{緑の和}) + (\text{赤の和}) = 3 \times 111 = 333$$

である.

6 次の魔方陣の定和は $6(36 + 1)/2 = 111$ であることに注意する.

緑		緑		緑	
	赤		赤		赤
緑		緑		緑	
	赤		赤		赤
緑		緑		緑	
	赤		赤		赤

6 次の完全魔方陣が存在したと仮定すれば、緑と赤の全体は
3つの平行な対角線（一般対角線）からなっているので、

$$(\text{緑の和}) + (\text{赤の和}) = 3 \times 111 = 333$$

である.

6 次の魔方陣の定和は $6(36 + 1)/2 = 111$ であることに注意する.

緑		緑		緑	
	赤		赤		赤
緑		緑		緑	
	赤		赤		赤
緑		緑		緑	
	赤		赤		赤

6 次の完全魔方陣が存在したと仮定すれば、緑と赤の全体は
3つの平行な対角線（一般対角線）からなっているので、

$$(\text{緑の和}) + (\text{赤の和}) = 3 \times 111 = 333$$

である.

6次の魔方陣の定和は $6(36 + 1)/2 = 111$ であることに注意する.

緑	白	緑	白	緑	白
白	赤	白	赤	白	赤
緑	白	緑	白	緑	白
白	赤	白	赤	白	赤
緑	白	緑	白	緑	白
白	赤	白	赤	白	赤

6次の完全魔方陣が存在したと仮定すれば、緑と赤の全体は3つの平行な対角線（一般対角線）からなっているので、

$$(\text{緑の和}) + (\text{赤の和}) = 3 \times 111 = 333$$

である.

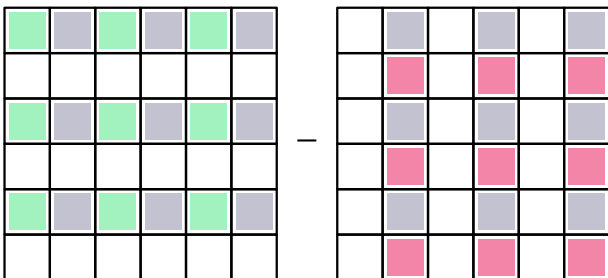
6 次の魔方陣の定和は $6(36 + 1)/2 = 111$ であることに注意する.

緑		緑		緑	
	赤		赤		赤
緑		緑		緑	
	赤		赤		赤
緑		緑		緑	
	赤		赤		赤

6 次の完全魔方陣が存在したと仮定すれば、緑と赤の全体は
3つの平行な対角線（一般対角線）からなっているので、

$$(\text{緑の和}) + (\text{赤の和}) = 3 \times 111 = 333$$

である.

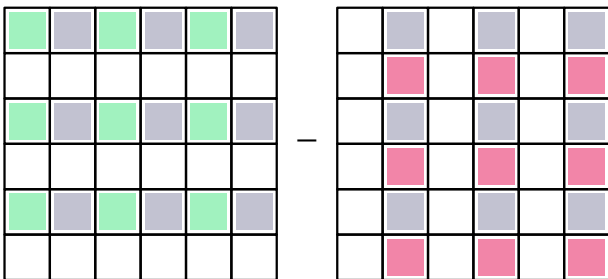


を考えれば,

$$(\text{緑の和}) - (\text{赤の和}) = 0$$

となる。上とあわせると等しい2整数の和が奇数ということになり、矛盾である。

背理法により、6次の完全魔方陣は存在しない。 ■

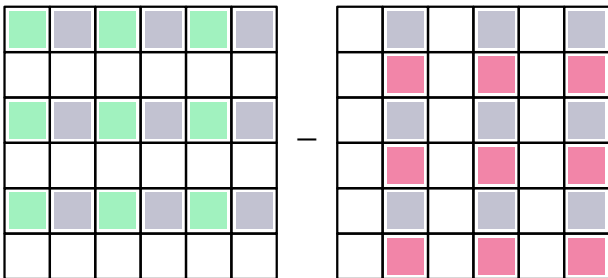


を考えれば,

$$(\text{緑の和}) - (\text{赤の和}) = 0$$

となる。上とあわせると等しい2整数の和が奇数ということになり、矛盾である。

背理法により、6次の完全魔方陣は存在しない。 ■

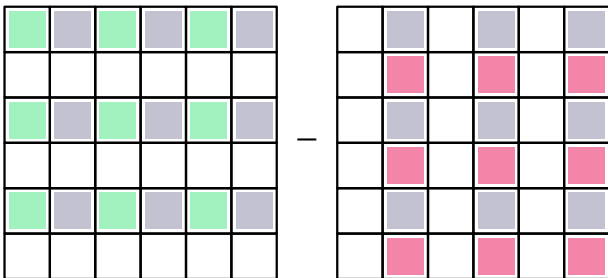


を考えれば,

$$(\text{緑の和}) - (\text{赤の和}) = 0$$

となる。上とあわせると等しい2整数の和が奇数ということになり、矛盾である。

背理法により、6次の完全魔方陣は存在しない。 ■



を考えれば,

$$(\text{緑の和}) - (\text{赤の和}) = 0$$

となる。上とあわせると等しい2整数の和が奇数ということになり、矛盾である。

背理法により、6次の完全魔方陣は存在しない。 ■

-  内田伏一, 「魔方陣にみる数のしくみ」 (日本評論社), 2004.