

INTERROGATION N°2

Le 29/11/2012

Aucun document n'est autorisé.



Tout matériel électronique est interdit (calculatrice, téléphone...).

La note tiendra compte de la présentation et de la rédaction.

Bon courage.

**Exercice 1**

1. En utilisant l'algorithme d'Euclide, calculer $\text{pgcd}(97, 22)$.
2. Trouver, grâce à la question précédente, $u, v \in \mathbb{Z}$ tels que $97u + 22v = 1$.

Exercice 2Calculer $\text{pgcd}(3^{2012} - 5, 25)$.**Exercice 3**Soit $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Notons $S_n = 1 + \dots + n$.Calculer le reste de la division euclidienne de S_n par n .*Indication : on pourra réécrire S_n et distinguer les cas n pair et n impair.***Exercice 4**

Donner le développement en fraction continue de :

1. $\frac{29}{3}$
2. $\frac{189}{70}$

Exercice 5Soit $p \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, considérons l'équation

$$x^2 - (p^2 + 1) = 0 \quad (\star)$$

1. Quelles sont les solutions de (\star) ?
Désormais, on note x la solution positive de (\star) .
2. Trouver le développement en fraction continue de x .
Indication : on pourra faire apparaître une identité remarquable bien connue.
3. Que peut-on en conclure concernant $\sqrt{p^2 + 1}$?
4. *Application* : donner le développement en fraction continue de $\sqrt{5}$.

Exercice 6Étant donné un polynôme $ax^2 + bx + c$, on peut effectuer les opérations suivantes :

- (i) Échanger a et c .
- (ii) Remplacer x par $x + t$ où $t \in \mathbb{R}$.

Peut-on utiliser ces opérations pour passer de $x^2 - x - 2$ à $x^2 - x - 1$?*Indication : on pourra s'intéresser au discriminant.*