

EXAMEN TERMINAL

Durée 1h30

Aucun document n'est autorisé.

Tout matériel électronique est interdit (calculatrice, téléphone...).

La note tiendra compte de la présentation et de la rédaction.

Les questions sont indépendantes les unes des autres.

Bon courage.



1. Donner le $DL_2(0)$ (développement limité en 0 à l'ordre 2) de $f(x) = \sqrt{1+x}$.
2. Donner une primitive de $f(x) = x^2 \sin(x)$.
3. Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}$ pour $x > 0$ et $x \neq 2$.
Peut-on prolonger f par continuité en 2?
4. Donner la dérivée de $f(x) = \operatorname{argch} x$ et les primitives de $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
5. Donner le $DL_2(0)$ (développement limité en 0 à l'ordre 2) de $f(x) = \frac{2+x+x^2}{1+x+2x^2}$.
6. (a) Donner une primitive de $f(t) = \frac{1}{3+t^2}$.
(Indication : on pourra intégrer f et poser le changement de variable $u = \frac{t}{\sqrt{3}}$)
(b) Calculer $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 + \cos x}$.
(Indication : on pourra poser $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ et on rappelle alors que $\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$)
7. Calculer $(\operatorname{ch} a + \operatorname{sh} a)^2$ en fonction de $\operatorname{ch}(2a)$ et de $\operatorname{sh}(2a)$.
8. Soit $f(x) = \begin{cases} x^3 \cos\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$.
L'application f est-elle dérivable en 0?
9. Calculer $a = \arcsin\left(\sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right)\right)$.