

INTERROGATION N°1

Le 08/10/2012

Durée 1h

Aucun document n'est autorisé.

Pas de calculatrice.

La note tiendra compte de la rédaction.

IL FAUT TOUT JUSTIFIER.

Bon courage.



Exercice 1

1. Résoudre dans \mathbb{R} et dans $[0, 2\pi]$:

(a) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(b) $\sin(x) = \pi$.

(c) $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

2. Résoudre dans \mathbb{R} , $\tan(x) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Exercice 2

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x - 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln(x) - 1}{x - e}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

Exercice 3

Étudier la dérivabilité en 0 des applications suivantes :

1. $f : x \mapsto |x|$

2. $g : x \mapsto x|x|$

Exercice 4

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\text{Considérons } f : x \mapsto \begin{cases} \sin(x) \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. L'application f est-elle continue sur \mathbb{R} ?

2. L'application f est-elle dérivable sur \mathbb{R} ?

 On admet que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ et que $\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ n'a pas de limite quand x tend vers 0. 